Теоретическая физика, астрофизика и космология ISSN 1991-3117; EISSN 1991-3907
Том **9**, N 1, с. 19 – 33, в1, 6 мая 2014

Электрон.: ТФАК: 4874-036 в1, 6 мая 2014 DOI: 10.9751/TFAK.4874-036

Теория консервативной диффузии в классических и квантовых системах

Захид Закир [1]

Аннотация

В предыдущей статье [1] изучалась консервативная диффузия лёгкой частицы в разрежённой среде из тяжёлых частиц по аналогии с броуновским движением. В данной статье теория формулируется в более последовательной «гидродинамической» форме исходя лишь из условия консервативности, что средняя энергия лёгкой частицы сохраняется. Как модельный пример взята диффузия очень холодного лёгкого газа в тёплом тяжёлом газе за время до релаксации, когда лёгкий газ остаётся холодным. В отличие от газа Лоренца, где тепловые энергии лёгких и тяжёлых атомов равны, здесь равны их тепловые скорости и это ведёт к эффектам консервативности, аналогичным квантовым эффектам. Такая консервативная диффузия описывается двумя уравнениями – уравнением непрерывности и условием сохранения энергии, нелинейными по плотности вероятности. При введении комплексной амплитуды вероятностей уравнения линеаризуются и переходят в уравнение Шредингера. В результате надо складывать не вероятности альтернатив, а их амплитуды вероятностей. Длина свободного пробега и соответствующий импульс определяют элементарный фазовый объём и коэффициент диффузии. Обсуждены предсказываемые теорией квазиквантовые эффекты. Показано, что формализм квантовой механики описывает классическую консервативную диффузию с постоянным коэффициентом диффузии, и что сама квантовая механика есть частный случай такой диффузии в вакууме, когда элементарный фазовый объём при свободном пробеге равен постоянной Планка.

PACS: 02.50.Ey, 03.65.Ta , 05.40.Jc,

Ключевые слова: квантовая механика, диффузия, броуновское движение, кинетическая теория газов

Оглавление

[1] *Центр теоретической физики и астрофизики,Ташкент Узбекистан*, zahidzakir@theor-phys.org

Введение

В предыдущей статье [1] была рассмотрена диффузия в классических системах с малой диссипацией энергии частицы и было показано, что механизм такой почти консервативной диффузии существенно отличается от механизма для диссипативной диффузии и что, когда диссипация очень мала, возникают качественно новые квазиквантовые эффекты. Но [1] была использована аналогия с броуновским движением, где условия марковости для переходных вероятностей постулируются [2,3], тогда как в консервативной диффузии они, как и в квантовой механике, выполняются лишь для амплитуд вероятностей [4].

В данной статье, являющейся радикально переработанной версией [1], теория консервативной диффузии формулируется исходя лишь из условия консервативности в «гидродинамической» форме [5]. Основные результаты [1] были связаны с новым физическим механизмом и не изменились, получив лишь более строгое обоснование.

В теории случайных процессов и в теории конденсированных состояний до сих пор в основном изучалась *диссипативная* диффузия, механизм которой основан на модели блуждания *большой массивной* частицы в среде из *малых* и *лёгких* частиц [6], когда роль диссипации энергии частицы существенна. Механизм же *консервативной диффузии* основан на модели блуждания *малой лёгкой* частицы в разрежённой среде из *массивных* частиц. На участке свободного пробега траектория лёгкой частицы *гладкая* и она сталкивается только с *отдельной* тяжёлой частицей среды. Когда столкновения *упругие, отдача мала*, средняя энергия лёгкой частицы сохраняется при многих столкновениях и в этой области диффузия является практически консервативной.

Существование участков свободного пробега, где траектория гладкая, а также *статистическая обратимость* процесса из-за *сохранения средней энергии* частицы ведут к двум уравнениям эволюции – кроме уравнения непрерывности, также и условию сохранения средней энергии, в которые функция действия частицы и плотность вероятности $\rho(x,t)$ входят нелинейно. При постоянном коэффициенте диффузии $D = const.$ объединение двух вещественных функций S и ρ в комплексную *амплитуду* вероятности $\psi = \rho^{1/2} \cdot \exp(S/2mD)$ линеаризует эти уравнения и они переходят в уравнение Шредингера. В результате, при классической консервативной диффузии действует закон сложения *амплитуд* вероятностей как в квантовой механике.

При такой диффузии длина свободного пробега и среднеквадратичный импульс, связанные соотношениями неопределённостей, определяют элементарный фазовый объём и коэффициент диффузии. Теория предсказывает ряд квазиквантовых эффектов в классических системах. Следствиями фундаментального характера являются выводы о том, что формализм квантовой механики описывает классическую консервативную диффузию с постоянным коэффициентом диффузии, а сама квантовая механика есть лишь частный случай, когда элементарный фазовый объём универсален и равен постоянной Планка. Теория также открывает возможность трактовать гравитацию как проявление неоднородности квантовой диффузии в вакууме [7].

Основные соотношения теории приведены в 1-части статьи. Во второй и третьей частях приводятся примеры консервативной диффузии в классических системах и обсуждаются аналоги квантовых эффектов в них (*квазиквантовые* эффекты). В части 4 обсуждаются диффузионные трактовки квантовой механики и гравитации.

1. Теория консервативной диффузии

1.1. Микроскопический механизм консервативной диффузии

В зависимости от соотношения масс диффундирующих частиц и частиц среды, существуют два предельных случая, диффузионные процессы в которых качественно отличаются.

Микроскопический механизм *диссипативной* диффузии основан на модели движения *большой* и *массивной* частицы в среде из *малых* и *лёгких* частиц. Простейшей реализацией такой модели является диффузия идеального газа из *тяжёлых* атомов в газе из *лёгких* атомов [1]. При этом предполагается, что диффундирующая частица: а) намного *больше* по размерам и *массивнее* частиц среды; б) в любой малый интервал времени сталкивается с *большим числом* частиц среды. При таком соотношении размеров и масс частиц среды и диффундирующей частицы, большого числа столкновений в любой интервал времени, диссипация энергии частицы велика.

Микроскопический механизм *консервативной* диффузии же основан на противоположном предельном случае диффузии *лёгких* частиц *малого размера* в разрежённой среде из многих *массивных* частиц. Далее рассматривая только такие классические системы, будем предполагать, что диффундирующая частица:

а) имеет размер намного меньший длины свободного пробега;

б) сталкивается упруго с отдельными частицами среды;

в) имеет массу m намного меньшую масс частиц среды *M*, т.е. $m \ll M$.

Из этих свойств таких систем следует, что диффундирующая частица:

а) *между* столкновениями двигается по *классическим* траекториям;

б) потеря энергии в столкновении мала: $\delta E \sim (m/M) \ll E$;

в) размер L_{ND} области консервативности, где средняя энергия приближённо сохраняется, порядка $L_{ND} / l_D \sim M / m$, где l_D - длина свободного пробега.

При столкновениях с тяжёлыми частицами среды в системе покоя каждой молекулы меняется лишь направление скорости лёгкой частицы, а изменение модуля скорости незначительно. В лабораторной системе отсчёта, где покоится ящик с газом, флуктуации скорости частицы равны:

$$\delta v_D = V\sqrt{M/m} = \sqrt{6kT/m}\ , \qquad (1)$$

где T - температура среды, а V - величина средней скорости частиц среды.

Учёт вклада внешнего поля упрощается благодаря тому, что вся траектория диффундирующей частицы состоит из склеенных между собой *гладких* участков свободного пробега между столкновениями. В этом состоит *первое принципиальное отличие* механизма консервативной диффузии от механизма обычной диффузии, где таких участков нет и их приходится сглаживать искусственно.

При этих условиях *первоначальная* энергия лёгких атомов сохраняется на протяжении достаточно большого числа столкновений $n_D \sim M/m$. В отсутствии внешних сил этот участок траектории частицы есть $n_D l_D$ и соответствующий промежуток времени t_D назовём *временем консервативности*.

Эффективную среднюю энергию диффундирующей частицы, состоящей из начальной средней энергии дрейфа, энергии теплового движения и средней энергии дрейфа, набираемой во внешнем поле между столкновениями можно считать сохраняющейся. Тогда процесс статистически обратим и имеется симметрия относительно обращения времени.

Пусть лёгкая частица начинает диффундировать в разрежённой среде из более массивных частиц. Усредняя по ансамблю лёгких частиц в каждый момент времени *t* можно определить *среднюю длину* l_D, *среднее время* τ_D и *среднюю скорость* $v_D = l_D / \tau_D$ *свободного пробега.* Последняя связана со средним импульсом и кинетической энергией частицы обычным образом: $p_D = mv_D$, $E_D = mv_D^2 / 2$.

В течении времени консервативности ансамбль лёгких частиц не находится в термодинамическом равновесии со средой. В отличие от газа Лоренца, где тепловые энергии атомов лёгкого и тяжёлого газа равны, в нашем случае равны лишь их тепловые скорости. Поэтому тепловая энергия лёгких частиц, как и температура лёгкого газа, остаются существенно меньшими, чем у тяжёлого газа.

Существование классических участков траектории с выделенными средними характеристиками l_D, p_D есть характерное отличие консервативной диффузии от обычной диффузии, где они необязательны. В частности, из-за сохранения средней энергии частицы, можно ввести среднее значение укороченного действия S в интервале времени $t' - t = N\tau_D$, $N \gg 1$. Оно представляет собой сумму по коротким классическим участкам траекторий:

$$\Delta S = N\, S_D, \qquad S_D = p_D l_D\,, \tag{2}$$

где S_D - значение *элементарного укороченного действия* для среды, отделяющее *область классичности* траекторий от *области стохастичности*.

Однако, статистическая механика имеет дело не с функцией действия вдоль траекторий, а с элементом фазового объёма $\Delta\Gamma = \Delta p \Delta x$, где частица находится в интервале Δt. В нашем случае частицы в течении времени свободного пробега τ_D находятся в участке, равном l_D, имея средний импульс $p_D = ml_D / \tau_D$. Тогда для таких частиц возникает значение *элементарного фазового объёма*:

$$\Delta\Gamma = p_D l_D = ml_D^2 / \tau_D = \Gamma_D, \tag{3}$$

которое совпадает с выделенным значением укороченного действия S_D и также отделяет область классичности траекторий от области стохастичности.

Поскольку Γ_D играет такую принципиальную роль, будучи *элементарным фазовым объёмом* для частиц, будет более естественным брать как первичную именно эту величину, а остальные характеристики системы выразить через неё. В частности, из (3) и определения коэффициента диффузии $l_D^2 = 2D\tau_D$ следует:

$$l_D^2 = \frac{\Gamma_D}{m}\tau_D = 2D\tau_D\,, \qquad D = \frac{\Gamma_D}{2m}, \tag{4}$$

т.е. коэффициент диффузии $2D$ в нашей системе есть фактически элементарный фазовый объём Γ_D для частицы единичной массы.

1.2. Динамика консервативной диффузии

Для определения скоростей и дисперсий в теории броуновского движения (диссипативная диффузия) вводились вещественные вероятности перехода для плотности вероятности. Прежняя формулировка - стохастическая механика – также была основана на введении таких же вероятностей перехода, постулируя свойство марковости по прямой аналогии с броуновским движением [2]. Но тогда, из-за статистической обратимости во времени консервативной диффузии, пришлось оперировать в уравнениях одновременно с вероятностями перехода вперёд и назад во времени [3]. Это привело к немарковости процесса из-за (косвенной) зависимости приращения

$x(t+\Delta t)-x(t)$ от прежнего приращения $x(t)-x(t-\Delta t)$, что означает наличие внутреннего противоречия в теории [4].

В данной статье теория консервативной диффузии формулируется не по аналогии с формализмом броуновского движения, а на базе *гидродинамической аналогии* [5], которая более естественна для консервативной диффузии из-за наличия участков свободного пробега.

Скорость дрейфа частицы $\mathbf{v}$ есть та часть средней скорости в ансамбле частиц, которая при большой массе переходит в обычную классическую скорость. Поскольку траектории частицы между столкновениями классические, то, также как и в гамильтоновой динамике, дрейфовая компонента импульса $\mathbf{p}_v = m\mathbf{v}$ может быть представлена как градиент функции действия $S(x,t)$:

$$m\mathbf{v}(x,t)=\nabla S(x,t). \tag{5}$$

Скорость диффузии частицы $\mathbf{u}$ есть та часть скорости, которая обусловлена флуктуациями и поэтому по определению её среднее по ансамблю равно нулю, а среднеквадратичное значение отлично от нуля:

$$\bar{\mathbf{u}}=\int \mathbf{u}\rho\, d^3x=0,\quad \int \mathbf{u}^2\rho\, d^3x\neq 0. \tag{6}$$

Здесь $\rho(x,t)$ - плотность вероятности, которая нормирована на единицу:

$$\int \rho(x,t)\, d^3x=1, \tag{7}$$

и ввиду сохранения вероятности удовлетворяет уравнению непрерывности:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla\cdot(\mathbf{v}\rho)=0. \tag{8}$$

Равенство нулю средней $\bar{\mathbf{u}}$ обеспечивается занулением интеграла по объёму от $\mathbf{u}\rho$ в (6). Это свидетельствует о том, что $\mathbf{u}\rho$ представляет собой градиент некой функции $\nabla f(x,t)$, а также, что неизвестная функция f должна исчезать на бесконечности, обеспечивая зануление интеграла по поверхности Σ на границе интеграла по объёму. Это означает, что f пропорциональна ρ, которая при условии нормировки (7) как раз исчезает на бесконечности. Обозначив оставшуюся часть f как $-D(x,t)$, где знак минус выбран из соответствия с обычным диффузионным потоком, выравнивающим концентрации, имеем $f(x,t)=-\rho(x,t)D(x,t)$.

Итак, зависимость между $\mathbf{u}$ и ρ следует из общих свойств этих функций и определена с точность до некой функции $D(x,t)$, которая далее окажется коэффициентом диффузии, так что из

$$\bar{\mathbf{u}}=\int \mathbf{u}\rho\, d^3x=-\int\frac{\nabla(\rho D)}{\rho}\rho\, d^3x=-\int_{\Sigma}\rho D\, d\Sigma=0 \tag{9}$$

получаем

$$\mathbf{u}(x,t)=-\frac{\nabla(\rho D)}{\rho},\qquad \mathbf{p}_u=m\mathbf{u}, \tag{10}$$

где $\mathbf{p}_u$ есть флуктуирующая компонента импульса. Это свойство ведёт к *соотношению неопределённостей* (при $\bar{\mathbf{x}}=0$) для

$$\sqrt{\overline{\mathbf{p}_u^2}\cdot\overline{\mathbf{x}^2}}\geq\left|\overline{\mathbf{p}_u\cdot\mathbf{x}}\right|=m\left|\int \mathbf{u}\cdot\mathbf{x}\rho\, d^3x\right|=m\left|\int\left(\nabla(\rho D)\right)\cdot\mathbf{x}\, d^3x\right|=m\bar{D}. \tag{11}$$

Учитывая, что кинетическая энергия частицы есть сумма дрейфовой и флуктуирующей частей, для гамильтониана получаем выражение:

$$H=\int\left(\frac{\mathbf{p}_v^2}{2m}+\frac{\mathbf{p}_u^2}{2m}+V\right)\rho\, d^3x, \tag{12}$$

которое при $D=const.$ с учётом (5) и (10) можем записать в терминах S и ρ как:

$$H=\int\left(\frac{1}{2m}(\nabla S)^2+\frac{mD^2}{2}\left(\frac{\nabla\rho}{\rho}\right)^2+V\right)\rho\, d^3x. \tag{13}$$

В этом «гидродинамическом» гамильтониане H роль канонических переменных играют две функции $S(x,t)$ и $\rho(x,t)$. Определяя скобки Пуассона в терминах этой «гидродинамической» канонической пары [8]:

$$\{A,B\}=\int\left(\frac{\delta A}{\delta\rho}\frac{\delta B}{\delta S}-\frac{\delta B}{\delta\rho}\frac{\delta A}{\delta S}\right)d^3x, \tag{14}$$

$$\{\rho(x),S(x')\}=\delta(x-x'), \tag{15}$$

канонические уравнения можем записать в виде:

$$\frac{\partial S}{\partial t}=\{S,H\}=-\frac{\delta H}{\delta\rho}, \tag{16}$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}=\{\rho,H\}=\frac{\delta H}{\delta S}. \tag{17}$$

Подставив выражение для H из (13) приходим к выводу, что эти канонические уравнения переходят в «гидродинамическое» представление уравнения Шредингера [5]:

$$\frac{\partial S}{\partial t}+\left(\frac{(\nabla S)^2}{2m}+V\right)-\frac{(2mD)^2}{2m}\frac{\Delta\sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}}=0, \tag{18}$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{1}{m}\nabla\cdot(\rho\nabla S)=0. \tag{19}$$

Первое уравнение отличается от уравнения Гамильтона-Якоби последним членом, в который плотность вероятности ρ входит нелинейно. В результате, в консервативной диффузии вероятности двух альтернатив не подчиняется классическому закону сложения вероятностей:

$$\rho\neq\rho_1+\rho_2 \tag{20}$$

Но система уравнений (18)-(19) допускают линеаризацию путём канонического преобразования от вещественной пары функций $\rho(x,t), S(x,t)$ к одной комплексной функции $\psi(x,t)$ [3,8]:

$$\psi=\sqrt{\rho}\exp(iS/2mD),\quad \psi^*=\sqrt{\rho}\exp(-iS/2mD), \tag{21}$$

$$\rho=\psi^*\psi,\quad S=i(2mD)\cdot\ln(\psi^*/\psi). \tag{22}$$

Скобки Пуассона тогда приобретают вид:

$$\{A,B\}=(i\cdot 2mD)^{-1}\int\left(\frac{\delta A}{\delta\psi}\frac{\delta B}{\delta\psi^*}-\frac{\delta B}{\delta\psi}\frac{\delta A}{\delta\psi^*}\right)d^3x, \tag{23}$$

$$\{\psi^*(x),\psi(x')\}=\delta(x-x')/i(2mD), \tag{24}$$

а гамильтониан (13) переходит в

$$H=\int\psi^*\hat{H}\,\psi d^3x,\qquad \hat{H}=-\frac{(2mD)^2}{2m}\Delta+V. \tag{25}$$

Канонические уравнения (16)-(17) переходят в:

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = \{\psi, H\} = \frac{1}{i(2mD)}\frac{\delta H}{\delta\psi^*}, \tag{26}$$

$$\frac{\partial\psi^*}{\partial t} = \{\psi^*, H\} = \frac{-1}{i(2mD)}\frac{\delta H}{\delta\psi}. \tag{27}$$

Эти уравнения, после подстановки выражения для H (25), принимают форму уравнения Шредингера для «волновой функции» $\psi(x,t)$:

$$i(2mD)\frac{\partial\psi}{\partial t} = \hat{H}\psi, \quad \hat{H} = -\frac{(2m\nu)^2}{2m}\Delta + V. \tag{28}$$

Физический смысл волнового поведения состоит в периодическом повторении вдоль траектории участков свободного пробега со средней длиной l_D, а также в наличии элементарного фазового объёма Γ_D (3), связанного с этим участком свободного пробега.

В отличие от ρ, амплитуда плотности вероятности $\psi(x,t)$ определяется линейным уравнением и имеет место суперпозиция состояний:

$$\psi = c_1\psi_1 + c_2\psi_2. \tag{29}$$

В результате, при классической консервативной диффузии складываются не вероятности, а *амплитуды* вероятностей.

Решение уравнения (28) в интегральной форме имеет вид:

$$\psi(x,t) = \int G(x,t;x_0,t_0)\psi(x_0,t_0)\,d^3x_0, \tag{30}$$

где комплексная амплитуда вероятностей перехода $G(x,t;x_0,t_0)$ удовлетворяет уравнению:

$$G(x,t;x_0,t_0) = \int G(x,t;x',t')G(x',t';x_0,t_0)\,d^3x', \quad t > t' > t_0. \tag{31}$$

Таким образом, при консервативной диффузии условию марковости удовлетворяют лишь амплитуды вероятностей перехода, которые комплексны.

Итак, консервативная диффузия в классических системах при указанных выше условиях описывается формализмом квантовой механики с заменой $\hbar \to 2mD$. В свою очередь, квантовая механика оказывается частным случаем такой диффузии классических частиц в физическом вакууме с коэффициентом диффузии $D = \hbar / 2m$.

2. Консервативная диффузия в классических системах

2.1. Диффузия холодного лёгкого газа в горячем тяжёлом газе до релаксации

Классическая модель идеального газа основана на предположениях, что между столкновениями атомы движутся по классическим траекториям, столкновения упругие и средняя кинетическая энергия атомов сохраняется.

Для реализации консервативной диффузии подходящим является *смесь двух идеальных одноатомных газов*, когда массы атомов смеси *сильно различаются*, а концентрация лёгкой компоненты мала. Итак, будем предполагать, что к указанным условиям идеальности газов добавляются ещё условия о том, что лёгкие атомы массы m сталкиваются в основном только с тяжёлыми атомами массы M и что $m / M \ll 1$, когда отдача очень мала.

Кинетическая теория *диссипативной* диффузии *лёгкого* газа в *тяжёлом*, развитая Лоренцем [6], относится к смеси в термодинамическом равновесии, когда тепловые энергии лёгких и тяжёлых атомов равны. В этом случае тепловые скорости лёгких атомов настолько больше, чем у тяжёлых, что последние можно считать покоящимися. Это очень сильно упрощает вычисление коэффициентов переноса, включая и коэффициент диффузии.

Диффузия *холодного* лёгкого газа в *горячем* тяжёлом газе является консервативной лишь в тот небольшой, но конечный промежуток времени до релаксации, когда обе компоненты ещё далеки от термодинамического равновесия. Далее рассмотрим в этих условиях только *принципиально новые* эффекты консервативности.

В обычных газах с тяжёлыми молекулами при диффузии атомов лёгких элементов область консервативности имеет размеры порядка $L_{ND} \sim (10^2 \div 10^3)\, l_D$, а время $t_{ND} \sim L_{ND} / \overline{v}$, где $\overline{v}$ - среднеквадратичная скорость лёгкого атома. Эти размеры и времена малы для газов в нормальном состоянии, но для разрежённых газов размеры сопоставимы с размерами экспериментальных установок, а времена достаточны для пролёта лёгких атомов на такие же расстояния.

При консервативной диффузии, до теплового равновесия, в лабораторной системе отсчёта флуктуации величин скоростей лёгких атомов порядка средней скорости молекул тяжёлого газа, так что флуктуации энергий лёгких атомов имеют порядок:

$$\delta E \simeq \frac{1}{2} m\overline{V^2} = \frac{m}{M}\frac{1}{2} M\overline{V^2} = \frac{m}{M}\frac{3}{2} kT. \tag{32}$$

Наличие градиента концентрации лёгкого газа ∇n порождает диффузионный поток $n\mathbf{u}$, выравнивающий концентрации и направленный в обратную сторону:

$$n\mathbf{u} = -D\nabla n. \tag{33}$$

Поскольку лёгкие атомы считаются сталкивающимися только с тяжёлыми, то каждый лёгкий атом совершает случайные блуждания независимо от остальных. Поэтому, как и в случае броуновской частицы, вместо концентрации $n(x,t)$ можно оперировать с плотностью вероятности $\rho(x,t)$ для одной частицы. Тогда вместо диффузионного потока многих частиц (33) будем иметь дело с потоком вероятности для одной частицы:

$$\rho\mathbf{u} = -D\nabla \rho, \tag{34}$$

из которого следует скорость диффузии $\mathbf{u}$ из (10) (при $D = const$).

Наличие нетривиального механизма консервативной диффузии позволяет выявить ряд новых эффектов, которые можно будет наблюдать при соответствующих условиях, в частности:

1) средняя скорость и средняя энергия лёгких атомов при дрейфе, а также дрейфовое ускорение определяются в основном внешним полем, то тонкий плоский слой лёгкого газа может войти в ёмкость с тяжёлым газом из одной перегородки и *покинуть её* (с определёнными потерями) из другой перегородки посредством *диффузионного механизма* (без образования течений в среде);

2) в области консервативности лёгкий газ не успел ещё прийти в тепловое равновесие с тяжёлым газом и остаётся холодным, так что *зависимость диффузионного потока от температуры среды намного слабее*, чем при обычных равновесных условиях;

3) обычные свойства диффузионного потока лёгкого газа в тяжёлом связаны в основном с *разрежённостью* низкотемпературной среды (*низкие давления* или *низкие плотности*), то эффекты консервативности реализуются даже при достаточно *высоких температурах и плотностях* среды;

4) некоторые известные явления, специфичные для газов при очень низких давлениях можно будет *реализовать и при более высоких давлениях* с коэффициентом «повышения» давления $\sim M / m$;

5) складываются амплитуды вероятностей, то в распределении концентрации и диффузионном потоке лёгких атомов будут проявляться *волновые свойства* (*квазиквантовые* эффекты), определяемые коэффициентом диффузии.

2.2. Консервативная диффузия нейтронов и лёгких атомов

Условия для реализации консервативной диффузии тепловых нейтронов в конденсированных средах из тяжёлых ядер являются с одной стороны более благоприятными, чем для диффузия атомов, поскольку рассеяние происходит на ядрах. Из-за малого сечения ядер и нейтронов длина свободного пробега должна быть большой только по сравнению с размерами ядер, что удовлетворяется почти всегда, кроме разве что нейтронных звёзд.

С другой стороны, для определённого вещества с достаточно тяжёлыми ядрами необходимо находить область энергий диффундирующих нейтронов, когда ионизационные потери не являются определяющими, а квантово-механическая длина волны достаточно мала, чтобы нейтроны можно было считать классическими частицами. Область консервативности даётся числом столкновений $N_{(1)} \sim M_{(1)} / m_n \sim 10^2 \div 10^3$, когда отдача при рассеянии нейтрона на ядре передаётся только одному ядру.

Если же отдача передаётся молекуле или кластеру с k ядрами с общей массой $M_{(k)}$, то число столкновений в области консервативности может быть намного больше: $N_{(k)} \sim M_{(k)} / m_n \sim 10^3 \div 10^{2k}$.

И наконец, возможна передача отдачи при рассеянии нейтрона всему кристаллу с общей массой M, когда *область консервативности практически совпадёт с размерами кристалла*, поскольку столкновения на ядрах будут упругими с очень большой точностью. Это – эффект, обратный эффекту Мёссбауэра.

Итак, новыми эффектами консервативной диффузии барионов и лёгких ядер являются:

а) возможности *управлять потоками нейтральных частиц*, подбирая состав, плотность и температуру среды;

б) появление *эффекта, обратного эффекту Мёссбауэра* с макроскопическими участками консервативности;

в) в среде из тяжёлых элементов можно изучать возможности *доставки барионов и примесей лёгких элементов* в определённые участки с заданным распределением.

2.3. Консервативная диффузия электронов и ионов

В слабо ионизованном газе концентрации электронов и ионов малы, а число столкновений электронов с электронами и ионами намного меньше числа столкновений электронов с нейтральными молекулами. Для электронов малой энергии, когда они не возбуждают или ионизируют молекулы, столкновения электронов с молекулами в основном упругие [6] и из-за малости отношения масс электрона и молекулы средняя энергия электрона при столкновении практически не меняется.

Поэтому при консервативной диффузии движение электронов во внешних электрическом и магнитном полях описывается уравнением движения, куда входит среднее дрейфовое ускорение $\mathbf{a}$:

$$m\mathbf{a} = e\mathbf{E} + \frac{e}{c}\left[\mathbf{vH}\right]. \qquad (35)$$

В результате, эффекты консервативности будут проявляться в виде:

а) потока ускоренных электронов в электрическом поле и *роста силы тока* на выходе из-за более высокой дрейфовой скорости электронов;

б) в магнитном поле же проявятся эффекты, связанные со всё более *возрастающей круговой скоростью*;

в) *консервативной проводимости* в различных средах, приближающихся *к высокотемпературной сверхпроводимости* поскольку здесь прежние ограничения будут частично сняты и могут проявиться принципиально новые эффекты;

г) новых эффектов в структурах микро- и нано-электроники.

3. Квазиквантовые эффекты в классических системах

3.1. Эффекты интерференции в классических системах

При консервативной диффузии имеет место закон сложения амплитуд вероятностей, что впервые было открыто в случае квантовых систем и положено в основу их теории как принцип суперпозиции. Как теперь становится ясным, это свойство характерно для всех систем с консервативной диффузией.

Поэтому, в рассмотренных в предыдущем разделе классических системах также будут проявляться последствия закона сложения амплитуд вероятностей, в частности, эффекты интерференции в распределении вероятностей.

При диффузии лёгких классических частиц в среде из тяжёлых в прямоугольном сосуде рассмотрим ансамбль тех лёгких частиц, которые начав диффундировать с левой стенки сосуда с постоянной дрейфовой скоростью v_x вдоль оси *x*, за данное время достигли правой стенки.

Далее проведём интерференционный опыт по обычной схеме, приводимой в учебниках квантовой механики, но имея дело с классически движущимися частицами, квантовомеханическая длина волны которых намного меньше, чем размеры установки, а вместо постоянной Планка фигурирует коэффициент диффузии $\hbar \to 2mD$. Картина интерференции при этом будет соответствовать волне вероятности с длиной волны:

$$\lambda = 2\pi \cdot \frac{2mD}{p_x} = 2\pi \frac{\Gamma_D}{p_x}. \tag{36}$$

В первой и второй сериях опытов расположим посередине сосуда перегородку с узкой щелью сначала выше середины перегородки, а затем ниже середины. Тогда в распределении зарегистрированных на правой стенке атомов будут максимумы напротив той из двух щелей, которая была открыта.

И, наконец, в третьей серии опытов расположим перегородку с обеими щелями. Тогда, если диффузия лёгких частиц в данной среде является в достаточной мере близкой к консервативной, то будет наблюдаться *интерференционная картина* в распределении вероятностей зарегистрированных на правой стенке частиц.

Волновое поведение ансамбля классически движущихся лёгких частиц на этом опыте наглядно демонстрирует качественное отличие консервативной диффузии лёгких частиц в среде из тяжёлых от обычного случая диссипативной диффузии тяжёлых частиц в среде из лёгких. Отметим, что под *ансамблем* лёгких частиц следует понимать многократное повторение диффузии одной частицы в данной ёмкости с тяжёлым газом, а интерференционная картина есть результат сложения в этом ансамбле *амплитуд* вероятностей для двух альтернатив перехода через щели.

3.2. Дискретные уровни гармонического осциллятора

В том же сосуде рассмотрим консервативную диффузию лёгкой заряженной частицы при наложении внешнего поля таким образом, чтобы частица совершала гармонические осцилляции в вертикальном направлении вокруг центральной горизонтальной оси сосуда. Поскольку этот диффузионный процесс в конечном итоге описывается уравнением Шредингера, то энергия таких осцилляций будет дискретной:

$$E_n = (2mD)\,\omega(n+1/2). \qquad (37)$$

На эксперименте можно будет измерить *дискретную среднюю энергию частиц при вертикальных осцилляциях*, вычитая, конечно, непрерывно меняющуюся горизонтальную энергию дрейфа. Это можно регистрировать, например, по доплеровскому уширению линий излучения осциллирующего лёгкого иона. Приблизительно дискретными будут и максимумы отклонений в вертикальном направлении.

Наличие энергии «нулевых колебаний» в данном случае выражает нелокализуемость ансамбля диффундирующих классических частиц из-за диффузионных соотношений неопределённостей (11).

Это на первый взгляд кажется парадоксальным, так как траектории лёгких частиц имеют классические участки между столкновениями, где их координаты и импульсы могут быть определены «точно» (при сравнении с длиной свободного пробега и средним импульсом).

Однако, *ансамбль* таких частиц характеризуется амплитудой вероятности с разбросом траекторий и определённым волновым вектором. Диффузионный поток (34) направлен на выравнивание плотности вероятности, т.е. против её градиента $-\nabla\rho$. Поэтому, при локализации именно ансамбля диффундирующих частиц в конечных областях, дисперсии координат и импульсов в ансамбле оказываются связанными соотношением неопределённостей. Чем меньше область локализации ансамбля, тем больше будет дисперсия импульса или диффузионный поток.

Итак, измерение *наименьшей энергии* осцилляций в данном опыте можно рассматривать как подтверждение соотношения неопределённостей для консервативной диффузии в классических системах.

3.3. Дискретные уровни энергии и дискретные угловые моменты классических систем

Построение макроскопических аналогов квантовых систем при диффузии лёгкой классической частицы во внешнем поле, где уровни энергии и угловой момент дискретны, теперь оказывается связанным только с подбором среды из тяжёлых частиц, диффундирующих лёгких частиц и соответствующей конфигурации внешних полей.

В частности, дискретность углового момента заряженных част будет проявляться в «заполнении» уровней *водородоподобного «квазиатома»* в процессах рассеяния «пробных» диффундирующих частиц на этих структурах, а также при наложении магнитного поля.

Макроскопические аналоги водородоподобных и более сложных «квазиатомов», а также дискретность уровней в магнитном поле могут оказаться полезными как в технологических задачах, так и при наглядной демонстрации ранее трудно объяснимых аспектов квантовой механики .

3.4. Дискретные уровни гармонического ротатора

В том же сосуде рассмотрим консервативную диффузию лёгкой заряженной частицы при наложении внешнего поля таким образом, чтобы частица совершала гармонические вращения вокруг вертикальной оси, направленной вдоль поля.

Энергия такого гармонического ротатора [9] пропорциональна угловому моменту M_n:

$$E_n = |M_n|\,\omega. \qquad (38)$$

Квантование энергии при этом связано с квантованностью углового момента, который на плоскости вращения просто кратен целому числу: $M_n = (2mD)n$, где $n = 0, \pm 1, \ldots$

Итак, энергия гармонического ротатора также дискретна и отличается от спектра гармонического ротатора лишь отсутствием нулевой энергии:

$$E_n = (2mD)\,\omega n. \tag{39}$$

В реальном эксперименте, конечно, могут присутствовать и радиальные осцилляторные моды, которые содержат нулевые колебания.

В магнитном поле энергия такого магнито-гармонического ротатора равна [9]:

$$E_n = mD\omega \cdot (|m_H| + m_H). \tag{40}$$

3.5. Квантовая статистика в классических системах

До сих пор рассматривался ансамбль лёгких частиц, считая, что лёгкие частицы сталкиваются только с тяжёлыми частицами, т.е. это была *одночастичная* задача. Если же рассматривать *многочастичные* задачи, где концентрация лёгких частиц не мала, а столкновения между ними существенны, то приходим к задаче об *идеальном газе* из лёгких частиц, совершающей консервативную диффузию. Поскольку при столкновениях лёгких частиц друг с другом происходит перераспределение их энергии, то эти частицы приходят в термодинамическое равновесие между собой быстрее, чем со средой.

Ранее такая задача изучалась при диффузии электронов в среде из нейтральных атомов или ионов [6]. Здесь температура T_e электронного газа существенно отличалась от температуры среды T_i. Если ранее в равновесном изучался случай $T_e \gg T_i$, то нас интересует обратная ситуация $T_e \ll T_i$, когда реализуется консервативная диффузия электронов, что фактически есть также новый механизм сверхпроводимости.

Для наших целей интерес представляет тот факт, что газ из лёгких частиц в среде из тяжёлых будет описываться *квантовой статистикой*, где роль постоянной Планка играет коэффициент диффузии $\hbar \to 2mD$. Проявления эффектов квантовой статистики, конечно, будут весьма разнообразными и поэтому ограничимся некоторыми из них, которые демонстрируют основные свойства квантовой статистики.

Первым свойством является неразличимость. Если в многочастичной системе энергетические уровни являются *равновероятными*, а частицы предполагаются *различимыми*, то мы приходим к *распределению Больцмана*:

$$n = n_0 e^{-E_n/kT}. \tag{41}$$

Если же уровни по прежнему являются *равновероятными*, но частицы оказываются *неразличимыми*, то получится распределение Бозе-Эйнштейна.

$$n = \frac{n_0}{e^{E_n/kT} - 1}. \tag{42}$$

Поэтому возникает вопрос, как в системе классических *различимых* частиц может появиться квантовая статистика?

Ответ на этот вопрос был найден Терзофом и Байером [10] и состоит в том, что предположение о *равновероятности* уровней оказывается слишком сильным ограничением. В действительности, как это вначале и делал Бозе, достаточно предположения о том, что *сумма вероятностей при всех альтернативных способах заполнений равна единице*, а полная энергия системы, очевидно, не меняется при всех возможных заполнениях:

$$E = \sum_n N_n E_n. \tag{43}$$

При таком более общем предположении оказалось, что в газе из *различимых* частиц *в общем случае имеет место распределение Бозе-Эйнштейна* и только если ещё потребовать условия *равновероятности*, то оно сужается до распределения Больцмана

[10]. Итак, неразличимость частиц в квантовой статистике появляется *эффективно*, являясь следствием неких ограничений для системы из различимых частиц.

Второе свойство квантовой статистики, которое рассмотрим – это *аналог бозе-эйнштейновской конденсации* для лёгкого газа при консервативной диффузии в тяжёлом газе. Этот эффект можно будет наблюдать, создавая условия, аналогичные обычному квантовому эффекту, но с заменой $\hbar \to 2mD$. Это значит, что *квази*-бозе-эйнштейновскую конденсацию можно будет реализовать и на макроскопических системах, подбирая состав среды и диффундирующего лёгкого газа.

Третьим принципиально новым свойством является *принцип Паули* для систем частиц, которые описываются волновыми функциями, антисимметричными при перестановках частиц. Не вникая в детали связи статистики и спина, здесь отметим только, что теория консервативной диффузии *в принципе допускает такие состояния* независимо от причин их возникновения. Поэтому, если создать условия, где возникает диффузия с такими волновыми функциями, то в классических системах можно будет наблюдать также и следствия *статистики Ферми-Дирака* и принципа Паули.

4. Диффузионная трактовка квантовой механики и гравитации

4.1. Консервативная диффузия как физическая основа квантовой механики

Квантовая механика является теоретической основой современной физики и надёжность её *математического формализма* (в разных формулировках) для описания физических явлений не вызывает сомнений. В отношении же *физических интерпретаций* процедур квантования ситуация обратная и есть согласие в том, что в этом аспекте квантовая механика до сих пор была далека от завершённости.

Стандартные интерпретации квантовой механики основаны на *идеологической* установке, что реальность разделяется на макро- и микрообъекты и для последних мы должны ограничивать положения классической механики, введя новые. В этом смысле они являются «революционными» подходами. Однако есть ряд вопросов, на которые они не отвечают, постулируя нужный ответ, или дают противоречивые ответы:

1. Почему необходимо квантование?

2. Почему происходят квантовые флуктуации и что они означают?

3. Что в действительности флуктуирует: окружающий фон, воздействующий на частицу, или же частица сама по себе при гладком фоне?

4. Почему складываются амплитуды вероятностей, а не сами вероятности альтернативных событий?

5. В чём принципиальное отличие квантовых частиц от классических?

6. Если происходят большие флуктуации энергии и импульса отдельной частицы, то откуда берутся эти большие энергия и импульс и куда они потом деваются?

7. Компенсируется ли такое нарушение сохранения энергии и импульса уменьшением энергии-импульса чего-то?

8. Связаны ли флуктуации со структурой пространства-времени или нет?

Существование или отсутствие ответов на эти вопросы практически не влияет на эффективность применений квантовой механики и поэтому такие поиски не вызывали практического интереса. Однако, с точки зрения перспектив дальнейшего развития квантовой теории правильные ответы нужны и важны.

Диффузионная трактовка, в которой квантовые флуктуации относятся к консервативной диффузии классической частицы в физическом вакууме, в этом смысле представляет собой существенное продвижение вперёд. Это по существу единственная последовательная формулировка квантовой механики, свободная от «идеологического» разделения мира на микро- и макрообъекты.

В прежних попытках в этом направлении [2,3], с одной стороны не был ясен микроскопический механизм консервативной диффузии в классических системах, а с другой стороны их формализм не совсем последователен [4].

Поэтому следующий шаг состоял в том, чтобы опираясь на ясную физическую картину, построить микроскопическую теорию консервативной диффузии, которая была бы последовательной и согласовывалась с квантовой механикой, что и было рассмотрено в данной статье. Как оказалось, эта диффузия легко реализуема в классических системах, но при условиях, отличных от обычного броуновского движения, а формализм квантовой механики следует из теории диффузии в этих системах.

В противоположность прежним интерпретациям, теория консервативной диффузии основана на реалистичной точке зрения и естественным образом отвечает на большинство из тех вопросов, которые были загадками для других интерпретаций. В данной формулировке нет специально квантовых объектов и она основана на наблюдаемом физическом факте, что воздействие вакуума приводит к специфическим флуктуациям классических частиц с амплитудой обратно пропорциональной их массе.

Свойства вакуума предполагаются такими, что при взаимодействии с ним:

а) пространственные *координаты классических частиц флуктуируют* и их движение представляет собой специфический диффузионный процесс;

б) уравнения, описывающие диффузию частицы *обратимы во времени*, что в дальнейшем ведёт к *сохранению средней энергии частицы* (*консервативная* диффузия).

в) *элементарный фазовый объём,* характерный для консервативной диффузии, универсален и *равен постоянной Планка* $\hbar$.

В рамках диффузионной трактовки ответы на вопросы 1-3 из вышеприведённого перечня даются также же, как и в любой системе взаимодействующих частиц и полей, т.е. самим фактом существования поля с определёнными свойствами.

На ключевые и наиболее таинственные для всех предыдущих трактовок вопросы 4-5 в данной формулировке ответ ясен - из нелинейных уравнений консервативной диффузии, связывающих функцию действия и плотность вероятности для классической частицы, следуют линейные уравнения Шредингера для комплексной амплитуды плотности вероятности. Ответы на остальные три вопроса 6-8, требующие перехода к более общей форме диффузии, обсудим в следующем разделе.

4.2. Гравитация как неоднородность квантовой диффузии

В диффузионной трактовке квантовой теории квантовые флуктуации энергии отдельной частицы происходят за счёт взаимодействия с физическим вакуумом и поэтому в каждый момент времени *увеличение* энергии частицы *компенсируется* соответствующим локальным *уменьшением* энергии физического вакуума , и наоборот [7]. Это есть ответ на 6- и 7- вопросы.

Тот факт, что увеличение энергии частицы при квантовой флуктуации должно сопровождаться уменьшением энергии физического вакуума на эту же величину имеет прямое наблюдаемое следствие в виде диффузионной трактовки гравитации. Эта же трактовка даёт ответы на 7-8 вопросы.

При большой концентрации частиц в небольшой области пространства уровень энергии вакуума в любой момент здесь будет ниже, чем в удалённых областях без частиц. В результате уменьшения энергии вакуума снизится интенсивность флуктуаций частиц в данной области, что проявится как уменьшение коэффициента диффузии.

Это ведёт к замедлению темпа всех квантовых процессов, частоты уменьшатся (испытают «красное смещение») и собственные времена замедлятся. В результате, отдельные частицы из других областей с быстрыми флуктуациями будут медленно дрейфовать в эту область медленных флуктуаций.

Всё это характерные свойства гравитации, которая в диффузионной трактовке рассматривается как проявление неоднородности консервативной диффузии в вакууме. Такая диффузионная трактовка гравитации излагается в следующей статье [7].

Заключение

Итак, при диффузии частиц с очень малой диссипацией энергии есть область консервативности, где на протяжении большого числа столкновений диффузию можно считать консервативной. Модельным примером является диффузия холодного лёгкого газа в горячем тяжёлом газе до релаксации, когда лёгкий газ достаточно долго остаётся холодным. В области консервативности такой системы диффузионный процесс описывается наряду с уравнением непрерывности, также и уравнением сохранения средней энергии лёгкой частицы. При этом возникает элементарный фазовый объём $\Gamma_D = p_D l_D$ участков свободного пробега лёгкой частицы и коэффициент диффузии тогда равен $D = \Gamma_D / 2m$. При $\Gamma_D = const.$ эта система нелинейных уравнений диффузии линеаризуется, превращаясь в одно комплексное уравнение Шредингера.

Главное отличие теории консервативной диффузии от обычной состоит в том, что в этой теории *складываются амплитуды вероятностей*, а не сами вероятности и возникает принцип суперпозиции для этих амплитуд. Есть также соотношение неопределённостей для дисперсий координат и импульсов в ансамбле частиц, связывающее их с элементарным фазовым объёмом.

Таким образом, оказалось, что *формализм квантовой механики имеет более широкую область применимости, чем сугубо квантовые системы* и *описывает* в действительности *классическую консервативную диффузию* с постоянным коэффициентом диффузии, реализующейся при диффузии лёгких частиц в разрежённой среде из тяжёлых частиц. Квантовая механика оказалась частным случаем с элементарным фазовым объёмом $\Gamma_D = \hbar$.

Примеры же классических систем с бóльшими значениями фазового объёма показывают, что эффекты консервативности нетривиальны, достаточно универсальны и представляют собой новую область исследований, имеющую множество наблюдаемых следствий и возможных применений. Наиболее известным следствие консервативной диффузии оказалась гравитация, которая в диффузионной трактовке связывается с неоднородной диффузией в вакууме [7].

Литература

1. Закир З. (2009) *Теор. физ., астрофиз. и космол.* **4**(3) 1, doi: 10.9751/TFAK.2798-011.
2. Fenyes, I. (1952). *Z. Phys.* , **132**, 81.
3. Nelson E. (1966) *Phys. Rev*., **150**, 1057; (1985) Quantum Fluctuations. Pr.U.P.
4. Grabert H., Hänggi P., Talkner P. (1979) *Phys. Rev*. **A19**, 2440.
5. Madelung E. (1926) *Naturwiss.* **14**, 1004.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. (2002) Физическая кинетика. М.
7. Закир З. (2014) *Теор. физ., астрофиз. и космол.* **9**, 34, doi: 10.9751/TFAK.4874-037.
8. Guerra F., Marra R. (1983) *Phys. Rev*. **D28**, 1916.
9. Закир З. (2011) *Теор. физ., астрофиз. и космол.* **6**(2), 32, doi: 10.9751/TFAK.3900-022.
10. Tersoff J., Bayer D. (1983) *Phys. Rev. Lett*. **50**, 8, 553.