

Модель закрытой вселенной с гравитацией в 4-пространстве

Захид Закир¹

Аннотация

Модели закрытой вселенной как тонкой 3-сферы в 4-пространстве, гравитирующей вдоль радиуса 3-сферы сформулированы в новой форме, в которой в локальной окрестности наблюдателя воспроизводится нерелятивистская динамика шара с корректным условием сохранения энергии. Получены соответствующие уравнения эволюции для пылевой материи и излучения в 3-сфере и изучены их наблюдательные следствия. Оказалось, что закрытые модели в 4-пространстве также ведут к моделям «мини-вселенной» с быстро осциллирующей кривой для зависимости модуля расстояния от красного смещения.

PACS: 04.20.Cv, 98.80.-k, 98.80.Jk 95.30.Sf, 97.60.Lf, 98.35.Jk, 98.54.-h, 98.80.-k, 04.60.-t

Ключевые слова: космологические модели, дополнительные измерения, красное смещение

Содержание

Введение	1
1. Уравнение эволюции из уравнений Эйнштейна в 4-пространстве	2
2. Наблюдаемые следствия модели	3
Литература	4

Введение

В предыдущих статьях [1-3] были приведены новые и более последовательные формулировки моделей релятивистской космологии на базе учёта некоторых известных наблюдательных фактов и неизбежных теоретических ограничений. Это - факт существования крупных гравитационно-связанных областей, таких как скопления галактик, где происходит консервация длин волн проходящих фотонов [1], требования релятивистской кинематики [2], особенно в закрытой модели, а также обеспечение сохранения энергии в локальной окрестности любого наблюдателя [3].

Этот анализ показал, что прежние сравнения с наблюдениями моделей без тёмной энергии были преждевременными, так как не учитывали ряд физических требований и эффектов, каждый из которых существенно влияет на наблюдательные следствия моделей. В частности, наиболее привлекательными с теоретической точки зрения всегда были закрытые модели и прогресс в том, что часть прежних аргументов против них практически отпала.

Однако, учёт условий сохранения энергии в 3-пространстве привёл к уже новой и необычной проблеме – к выводу, что радиус закрытой вселенной должен быть очень маленьким («мини-вселенная» или «миниверсе») [3]. В таком случае

¹ *Центр теоретической физики и астрофизики, Ташкент, Узбекистан, zahidzakir@theor-phys.org*

реальными объектами являются только те, которые находятся в небольшой окрестности наблюдателя, а все более удалённые оказываются повторными изображениями их из более ранних эпох. Крупномасштабная однородность и изотропность тогда находят естественное объяснение, но должны проявляться признаки периодичности. Являются ли эти следствия недостатком модели или напротив преимуществом и предсказанием – это вопрос, требующий дальнейших исследований.

В данной статье этот анализ будет продолжен и будут изучены следствия возможности существования закрытой вселенной как 3-сферы только при погружении в 4-пространство и гравитирующих в 4-пространстве. Будет показано, что и в данной наиболее последовательной формулировке закрытой модели свойство малости радиуса вселенной и предсказание о «мини-вселенной» сохраняют свою силу.

В разделах 1-2 приведены основные соотношения модели и в разделе 3 рассмотрены её наблюдательные следствия.

1. Уравнение эволюции из уравнений Эйнштейна в 4-пространстве

Рассматривая закрытую модель релятивистской космологии, далее будем считать, что Вселенная есть 3-сфера радиуса a , погруженная в реальное 4-мерное пространство, а её эволюция описывается в системе покоя центра 3-сферы в терминах мирового времени t .

Решение уравнений Эйнштейна $G_{ik} = \kappa T_{ik}$ для метрики тонкой пылевой 3-сферы в 4-пространстве хорошо известны и дают уравнение эволюции:

$$\frac{\dot{a}^2}{c^2} = \frac{a_g^2}{a^2} - 1, \quad (1)$$

где a_g - гравитационный радиус 3-сферы. Также как при согласовании уравнения Фридмана с нерелятивистской динамикой расширяющегося шара в окрестности наблюдателя [3], вычтем из этого уравнения его значение в точке остановки при максимальном радиусе $a = a_m$ и получаем корректное с физической точки зрения уравнение эволюции:

$$\frac{\dot{a}^2}{c^2} = \frac{a_g^2}{a^2} - \frac{a_g^2}{a_m^2}. \quad (2)$$

Скорость расширения и параметр H_0 в модели, таким образом, равны:

$$\dot{a} \simeq c \frac{a_g}{a} \sqrt{1 - \frac{a^2}{a_m^2}}, \quad (3)$$

$$H_0 = \frac{\dot{a}_0}{a_0} \simeq c \frac{a_g}{a_0^2} \sqrt{1 - \frac{a_0^2}{a_m^2}} = \frac{c}{a_0} \frac{\eta}{b} \sqrt{1 - b^2}, \quad (4)$$

где $b = a_0 / a_m$, $\eta = a_g / a_m$ и

$$a_0 = \frac{c}{H_0} \eta b^{-1} \sqrt{1 - b^2}, \quad (5)$$

При переходе к релятивистской кинематике [2] уравнение эволюции (1), где скорость есть производная по собственному времени

$$d\tau = dt \sqrt{1 - \frac{a_g^2}{a^2} - \frac{\dot{a}^2}{c^2}}, \quad (6)$$

необходимо выразить в терминах мирового времени t , связанного с системой покоя центра 3-сферы, после чего оно принимает вид:

$$\frac{\dot{a}^2 / c^2}{1 - a_g^2 / a^2 - \dot{a}^2 / c^2} = \frac{a_g^2}{a^2} - 1. \quad (7)$$

Для удовлетворения локальному условию сохранения энергии из этого уравнения затем вычитаем его значение в точке останки и получаем скорректированное уравнение эволюции:

$$\frac{\dot{a}^2 / c^2}{1 - a_g^2 / a^2 - \dot{a}^2 / c^2} = \frac{a_g^2}{a^2} - \frac{a_g^2}{a_m^2}, \quad (8)$$

что даёт выражение для радиальной скорости в терминах мирового времени:

$$\frac{\dot{a}^2}{c^2} = \frac{a_g^2}{a^2} \cdot \frac{(1 - a^2 / a_m^2)(1 - a_g^2 / a^2)}{1 + (1 - a^2 / a_m^2)a_g^2 / a^2}, \quad (9)$$

Для излучения вместо (8) мы имеем уравнение эволюции:

$$\frac{\dot{a}^2 / c^2}{1 - a_g^2 / a^2 - \dot{a}^2 / c^2} = \frac{a_{rg}^3}{a^3} - \frac{a_{rg}^3}{a_m^3}, \quad (10)$$

где $a_{rg}^3 \sim \rho_r(t_0)a_0^4 = \rho_r(t_m)a_m^4$, с соответствующим изменением остальных соотношений.

2. Наблюдаемые следствия модели

Из уравнения для траектории радиально-распространяющегося света:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \cdot d\chi^2 = 0 \quad (11)$$

далее следует:

$$\chi_z = c \int_{a_z}^{a_0} \frac{da}{a} \cdot \frac{dt}{da} = \frac{1}{a_g} \int_{a_z}^{a_0} \frac{da}{\sqrt{1 - a^2 / a_m^2}} = \frac{1}{\eta} \left(\arcsin(b) - \arcsin\left(b \frac{a_z}{a_0}\right) \right), \quad (12)$$

или

$$\sin \chi_z = \sin \left[\frac{1}{\eta} \arcsin \left(b \sqrt{1 - b^2} \frac{a_z^2}{a_0^2} - b \frac{a_z}{a_0} \sqrt{1 - b^2} \right) \right]. \quad (13)$$

Красное смещение z длин волн при приёме λ_r по сравнению с длиной при излучении λ_e и связь с масштабным фактором обычно определяются как:

$$\frac{\lambda_r}{\lambda_e} = 1 + z, \quad \frac{\lambda_r}{\lambda_e} = \frac{a_0}{a_z}, \quad (14)$$

которые после подстановки в (13) дают

$$\sin \chi_z = \sin \left\{ \frac{1}{\eta} \arcsin \left[\frac{b \sqrt{1 - b^2}}{1 + z} \left(\sqrt{1 + \frac{2z + z^2}{1 - b^2}} - 1 \right) \right] \right\}. \quad (15)$$

Так как $1 / \eta = a_m / a_g \gg 1$, то это очень быстро осциллирующая функция.

В случае $a_0 \ll a_m$, т.е. $b \ll 1$, мы бы получили:

$$\sin \chi_z = \sin \left(\frac{1}{\eta} \arcsin \frac{bz}{1+z} \right) \approx \sin \left(\frac{a_0}{a_g} \cdot \frac{z}{1+z} \right), \quad (16)$$

В пределе $z \rightarrow 0$ имеем $a_0 \sin \chi_z \rightarrow c/H_0$, что далее позволит нормировать модуль расстояния.

Учитывая, что фотометрическое расстояние равно $d_p = a_0 \sin \chi$, для видимой светимости l_F и фотометрического расстояния $d_{p,0}$ получаем выражения:

$$l_F = \frac{L}{4\pi a_0^2 \sin^2 \chi_z} \cdot \frac{1}{(1+z)^2}, \quad (17)$$

$$d_p = a_0 |\sin \chi| \cdot (1+z) = 10^{-5+(m-M)/5} \text{ Mpc}, \quad (18)$$

которые для модуля расстояния дают формулу:

$$\mu = 5 \lg [a_0(1+z) \cdot |\sin \chi|] + 25 = 5 \lg \left[\eta b^{-1} \sqrt{1-b^2} \cdot (1+z) |\sin \chi| \right] + A, \quad (19)$$

где $A = 5 \lg(c/H_0) + 25$. Подстановка (15) в (19), даёт новое соотношение «модуль расстояния – красное смещение» для модели «мини-вселенной» в 4-пространстве:

$$\mu = 5 \lg \left[\eta b^{-1} \sqrt{1-b^2} \cdot (1+z) \left| \sin \left\{ \frac{1}{\eta} \arcsin \left[\frac{b\sqrt{1-b^2}}{1+z} \left(\sqrt{1 + \frac{2z+z^2}{1-b^2}} - 1 \right) \right] \right\} \right| \right] + A. \quad (20)$$

В рамках модели эта формула имеет силу вплоть до достаточно больших значений z , пока справедливы предположения о пылевом веществе и несущественно гравитационное красное смещение.

Литература

1. Закир З. (2013) *Теор. физ., астрофиз. и космол.*, **8**(1), 1, doi: [10.9751/TFAK.4488-027](https://doi.org/10.9751/TFAK.4488-027); **8**(1), 8, doi: [10.9751/TFAK.4488-028](https://doi.org/10.9751/TFAK.4488-028); **8**(1), 17, doi: [10.9751/TFAK.4488-029](https://doi.org/10.9751/TFAK.4488-029).
2. Закир З. (2013) *Теор. физ., астрофиз. и космол.*, **8**(2), 25, doi: [10.9751/TFAK.4518-030](https://doi.org/10.9751/TFAK.4518-030); **8**(2), 39, doi: [10.9751/TFAK.4518-031](https://doi.org/10.9751/TFAK.4518-031).
3. Закир З. (2013) *Теор. физ., астрофиз. и космол.*, **8**(3), 71, doi: [10.9751/TFAK.4700-033](https://doi.org/10.9751/TFAK.4700-033).