

Модель закрытой вселенной с гравитацией в 4-пространстве

Захид Закир¹

Аннотация

Изучена модель закрытой вселенной как тонкой 3-сферы в 4-пространстве, гравитирующей вдоль радиуса 3-сферы. Получены соответствующие уравнения эволюции для пылевой материи и излучения в 3-сфере и изучены их наблюдательные следствия.

PACS: 04.20.Cv, 98.80.-k, 98.80.Jk 95.30.Sf, 97.60.Lf, 98.35.Jk, 98.54.-h, 98.80.-k, 04.60.-m

Ключевые слова: космологические модели, дополнительные измерения, красное смещение

Содержание

Введение	1
1. Уравнение эволюции из уравнений Эйнштейна в 4-пространстве	1
2. Наблюдаемые следствия модели	2
Литература	3

Введение

В предыдущих двух статьях [1] были приведены новые и более последовательные формулировки моделей релятивистской космологии на базе учёта некоторых известных наблюдательных фактов и учёта требований релятивистской кинематики в закрытой модели.

Этот анализ показал, что прежние сравнения с наблюдениями моделей без тёмной энергии были преждевременными, так как не учитывали ряд физических требований и эффектов, каждый из которых существенно влияет на наблюдательные следствия моделей. В частности, наиболее привлекательными с теоретической точки зрения всегда были закрытые модели и прогресс в том, что часть прежних аргументов против них практически отпала.

В данной статье этот анализ будет продолжен и будут изучены следствия возможности существования закрытой вселенной как 3-сферы только при погружении в 4-пространство и гравитирующей в 4-пространстве.

В разделах 1-2 приведены основные соотношения модели и в разделе 3 рассмотрены её наблюдательные следствия.

1. Уравнение эволюции из уравнений Эйнштейна в 4-пространстве

Рассматривая закрытую модель релятивистской космологии, далее будем считать, что Вселенная есть 3-сфера радиуса a , погруженная в реальное 4-мерное пространство, а её эволюция описывается в системе покоя центра 3-сферы в терминах мирового времени t .

¹ *Центр теоретической физики и астрофизики, Ташкент, Узбекистан, zahidzakir@theor-phys.org*

Решение уравнений Эйнштейна $G_{ik} = \kappa T_{ik}$ для метрики тонкой пылевой 3-сферы в 4-пространстве хорошо известны и дают уравнение эволюции:

$$\frac{\dot{a}^2}{c^2} = \frac{a_m^2}{a^2} - 1, \quad (1)$$

где a_m - максимальный радиус расширения 3-сферы.

Скорость расширения и параметр H_0 в модели, таким образом, равны:

$$\dot{a} \approx c \sqrt{\frac{a_m^2}{a^2} - 1}, \quad (2)$$

$$H_0 = \frac{\dot{a}_0}{a_0} \approx c \frac{a_m}{a_0^2} \sqrt{1 - \frac{a_0^2}{a_m^2}} = \frac{c}{a_0 b} \sqrt{1 - b^2}, \quad (3)$$

где $b = a_0 / a_m$ и

$$a_0 = \frac{c}{H_0 b} \sqrt{1 - b^2}, \quad (4)$$

При переходе к релятивистской кинематике уравнение эволюции (1), где скорость есть производная по собственному времени

$$d\tau = dt \sqrt{1 - \frac{\dot{a}^2}{c^2}}, \quad (5)$$

необходимо выразить в терминах мирового времени t , связанного с системой покоя центра 3-сферы, после чего оно принимает вид:

$$\frac{\dot{a}^2 / c^2}{1 - \dot{a}^2 / c^2} = \frac{a_m^2}{a^2} - 1. \quad (6)$$

Для излучения вместо (6) имеет место уравнение эволюции:

$$\frac{\dot{a}^2 / c^2}{1 - \dot{a}^2 / c^2} = \frac{a_m^3}{a^3} - 1, \quad (7)$$

где $a_{rg}^3 \sim \rho_r(t_0) a_0^4 = \rho_r(t_m) a_m^4$, с соответствующим изменением других формул.

2. Наблюдаемые следствия модели

Из уравнения для траектории радиально-распространяющегося света:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \cdot d\chi^2 = 0 \quad (8)$$

далее следует:

$$\chi_z = c \int_{a_z}^{a_0} \frac{da}{a} \cdot \frac{dt}{da} = \frac{1}{a_m} \int_{a_z}^{a_0} \frac{da}{\sqrt{1 - a^2 / a_m^2}} = \arcsin(b) - \arcsin\left(b \frac{a_z}{a_0}\right), \quad (9)$$

или

$$\sin \chi_z = b \sqrt{1 - b^2 \frac{a_z^2}{a_0^2}} - b \frac{a_z}{a_0} \sqrt{1 - b^2}. \quad (10)$$

Красное смещение z длин волн при приёме λ_r по сравнению с длиной при излучении λ_e и связь с масштабным фактором обычно определяются как:

$$\frac{\lambda_r}{\lambda_e} = 1 + z, \quad \frac{\lambda_r}{\lambda_e} = \frac{a_0}{a_z}, \quad (11)$$

которые после подстановки в (10) дают

$$\sin \chi_z = \frac{b\sqrt{1-b^2}}{1+z} \left(\sqrt{1 + \frac{2z+z^2}{1-b^2}} - 1 \right). \quad (12)$$

В случае $a_0 \ll a_m$, т.е. $b \ll 1$, мы бы получили:

$$\sin \chi_z \approx \frac{bz}{1+z}. \quad (13)$$

В пределе $z \rightarrow 0$ имеем $a_0 \sin \chi_z \rightarrow c/H_0$, что далее позволит нормировать модуль расстояния.

Учитывая, что фотометрическое расстояние равно $d_p = a_0 \sin \chi$, для видимой светимости l_F и фотометрического расстояния $d_{p,0}$ получаем выражения:

$$l_F = \frac{L}{4\pi a_0^2 \sin^2 \chi_z} \cdot \frac{1}{(1+z)^2}, \quad (14)$$

$$d_p = a_0 \sin \chi_z \cdot (1+z) = 10^{-5+(m-M)/5} \text{ Mpc}, \quad (15)$$

которые для модуля расстояния дают формулу:

$$\mu = 5 \lg [a_0(1+z) \sin \chi_z] + 25 = 5 \lg \left[b^{-1} \sqrt{1-b^2} \cdot (1+z) \sin \chi_z \right] + A, \quad (16)$$

где $A = 5 \lg(c/H_0) + 25$. Подстановка (12) в (16), даёт новое соотношение «модуль расстояния – красное смещение» для модели в 4-пространстве:

$$\mu = 5 \lg \left[(1-b^2) \left(\sqrt{1 + \frac{2z+z^2}{1-b^2}} - 1 \right) \right] + A. \quad (17)$$

В рамках модели эта формула имеет силу вплоть до достаточно больших значений z , пока справедливы предположения о пылевом веществе и несущественно гравитационное красное смещение.

Литература

1. Закир З. (2013) *Теор. физ., астрофиз. и космол.*, **8**(2), 25, doi: [10.9751/TFAK.4518-030](https://doi.org/10.9751/TFAK.4518-030); **8**(2), 39, doi: [10.9751/TFAK.4518-031](https://doi.org/10.9751/TFAK.4518-031).