

К теории компактных релятивистских объектов. 1. Коллапс без горизонта и образование фрозаров.

Захид Закир¹

Аннотация

В общей теории относительности (ОТО) поверхность сферического объекта как протяжённого тела определяется на гиперповерхностях одновременности $t=const$ и любой момент собственного времени на поверхности объекта строго связан с определённым моментом мирового времени t (астрономической эпохой). При любом конечном t этот момент собственного времени всегда меньше того момента, который соответствовал бы пересечению поверхности гравитационного радиуса в ньютоновской теории. Показано, что в ОТО при приближении поверхности к гравитационному радиусу происходит быстрое (в терминах t) застывание собственных времён сначала в центре, где замедление времени максимально, затем в более высоких слоях и что поверхность застывает позже всех слоёв вне гравитационного радиуса. Застывание всех процессов во всём объёме означает практическую остановку и самого коллапса. Таким образом, в ОТО есть универсальный фактор, предотвращающий коллапс – сильное гравитационное замедление собственных времён, то фундаментальное физическое явление, которым ОТО в основном и отличается от ньютоновской теории. Поэтому в ОТО черные дыры запрещены, а горизонты и сингулярности, как артефакты ньютоновской теории, не возникают. Коллапс в ОТО ведёт (при мягких уравнениях состояния) к образованию фрозаров (frozar от frozen star – застывшая звезда), у которых застыли как поверхность, так и все слои во всём объёме. Мировые линии частиц во всём объёме фрозара времениподобны и почти параллельны оси t и между собой. Образование фрозаров показано для стандартных моделей коллапса – тонкой пылевой сферы и пылевого шара, звезды с однородной плотностью и звезды с ультрарелятивистским веществом. Кратко обсуждены астрофизические следствия теории коллапсировавших звёзд как фрозаров ОТО.

PACS: 04.20.Dg; 04.70.-s; 97.60.-s, 98.54.-h

Ключевые слова: релятивистские звёзды, квазары, активные ядра галактик, коллапс, фрозары, чёрные дыры

Содержание

Введение	2
1. Гравитационно застывающая пылевая сфера как простейший фрозар	3
2. Образование фрозара при застывании однородного пылевого шара	6
3. Образование фрозара при неоднородном застывании пылевого шара	9
4. Фрозары при однородной жидкости и ультрарелятивистском веществе	11
5. Структура и свойства компактных объектов в фазе фрозара	12
Заключение	14
Литература	14

¹ Центр теоретической физики и астрофизики, Ташкент, Узбекистан, zahidzakir@theor-phys.org

Введение

Гравитационный коллапс долгое время оставался одним из главных нерешённых проблем астрофизики [1-9]. Только недавно стало ясно, как общая теория относительности (ОТО) достаточно просто и фундаментально решает эту проблему [10].

При коллапсе звезды в ньютоновской физике, где время абсолютно, поверхность быстро пересекала бы гравитационный радиус $r_g = 2GM$ и звезда стала бы *чёрной*, так как из неё не смог бы вырваться свет и *дырой*, так как всё вещество звезды собралось бы в центре, образовав физическую сингулярность. Поэтому образование чёрной дыры при гравитационном коллапсе есть предсказание ньютоновской физики и история этого факта хорошо известна.

В течение последних более чем полвека в качестве теории коллапса был принят некий гибрид этой ньютоновской картины с ОТО в форме *гипотезы чёрных дыр* (ГЧД) [4-9]. Но в ОТО мировая линия частицы на поверхности объекта для удалённых наблюдателей не пересекает r_g в любой конечный момент (астрономического) мирового времени $t < \infty$. Тем не менее, в ГЧД декларировалось, что эта же мировая линия быстро пересекает r_g в терминах локального собственного времени τ . Это равносильно предположению, что эволюция частицы вдоль её мировой линии в терминах собственного времени $r(\tau)$ может происходить независимо от её эволюции в терминах мирового времени $r(t)$. Таким образом, ГЧД фактически основана на введении этого *неявного постулата*, что с частицей могут происходить две разные группы событий для двух групп наблюдателей с качественно разным поведением мировых линий.

Фактически же этот интуитивный постулат не только делает теорию внутренне противоречивой, но и ошибочной с точки зрения ОТО. В ОТО мировая линия частицы, как последовательность происходящих с этой частицей событий, единственна и инвариантна. А момент собственного времени τ частицы в r и соответствующий момент мирового времени t есть лишь две параметризации одного и того же события на одной и той же мировой линии $r(\tau) \equiv r(t)$. Поэтому, уравнения движения в ОТО дают взаимно-однозначную связь $\tau[r(t)] \equiv \tau(t)$ между моментами собственного времени τ и моментами мирового времени t на этой единственной мировой линии. Темп собственного времени вдоль мировой линии, в результате, жёстко ограничен темпом протекания мирового времени, а то событие, которое ещё не произошло для удалённых наблюдателей в некий момент $t < \infty$, ещё не произошло и для локальных наблюдателей по их собственному времени тоже.

Итак, ГЧД основанная на ошибочной в рамках ОТО скрытой гипотезе, должна быть отброшена как дающая ложную квази-ньютонову картину гравитационного коллапса и образующихся при этом объектов.

Путь же к построению адекватной ОТО теории гравитационного коллапса был найден в 2006 г. [10]. За основу был взят тот факт, что в ОТО есть новый

фундаментальный фактор стабилизации коллапса, отсутствовавший в ньютоновской теории и который до сих пор не был должным образом понят и учтён. Это - *гравитационное замедление собственных времён* в терминах мирового времени t , из-за чего мировая линия поверхности объекта никогда не пересекает r_g в любой момент мирового времени $t < \infty$ для всех наблюдателей с любыми координатами. В сверхсильном поле коллапсирующей звезды это приводит к практическому застыванию всех процессов во всём объёме звезды по сравнению с мировым (астрономическим) временем с образованием фрозаров (frozar от “frozen star”).

Качественно новые свойства релятивистского коллапса демонстрируют стандартные точно решаемые модели коллапса звёзд в ОТО. В предыдущих статьях [10] рассматривалось застывание сжимающейся тонкой пылевой оболочки с образованием простейшего фрозара. Было показано, что радиус пылевой оболочки r_b асимптотически приближается к r_g и, из-за инвариантности мировой линии, остаётся вне $r_b(t) > r_g$ в любой момент $t < \infty$ для любых наблюдателей. Основные результаты этого анализа приведены в разделе 1 настоящей статьи.

В других разделах данной статьи свойства релятивистского коллапса и структура образующихся при этом фрозаров изучаются сначала на примере модели пылевого шара, а затем моделей с ненулевым давлением - звезды с однородной плотностью и звезды с ультрарелятивистским веществом. Обсуждаются также астрофизические следствия теории компактных релятивистских звёзд как фрозаров.

1. Гравитационно застывающая пылевая сфера как простейший фрозар

Общие свойства компактных релятивистских объектов в ОТО можно выявить на примере простейшей и точно решаемой модели *тонкой пылевой сферы*, свободно падающей в собственном гравитационном поле. В этом случае частицы пыли одновременно есть и источники поля и пробные частицы, так что здесь одновременно решаются обе задачи – определения структуры источника и движения пробных частиц. В предыдущих статьях [10] теория компактных объектов как фрозаров была развита именно на примере этой модели.

Гравитационное поле сферического невращающегося объекта радиуса r_b в системе покоя его центра центрально-симметрично и статично в области $r \geq r_b$. Как хорошо известно, в статическом гравитационном поле возможно определение *одновременности* удалённых событий, что позволяет синхронизовать часы в поле указанного источника во всей области $r \geq r_b$ в любой момент. Здесь имеются гиперповерхности одновременности $t = const$, где синхронизованные координатные часы показывают глобальное мировое время t одновременно происходящих событий. В частности, сам источник как протяжённый объект определяется на этой гиперповерхности как материя, которая «в данный момент t_0 находится в области пространства $r \leq r_b(t_0)$ ».

Отметим, что система покоя источника с координатами кривизны (t, r, θ, φ) физически выделена в том смысле что в ней: 1) есть глобальная одновременность событий, отмечаемых моментами глобального мирового времени t , 2) интервалы мирового времени эквидистантны везде в поле и всегда 3), скорости частиц тонких слоёв относительно центра одинаковы, 4) тонкие слои сферически-симметричны. В любой другой системе отсчёта некоторые из этих четырёх свойств отсутствуют.

В координатах кривизны метрика на и вне этой сферы $r \geq r_b$ есть метрика Шварцшильда:

$$ds^2 = e^{\nu_s(r)} dt^2 - e^{\lambda_s(r)} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad r \geq r_b, \quad (1)$$

где $\exp[\nu_s(r)] = \exp[-\lambda_s(r)] = 1 - r_g / r$, $r_g = 2GM$. Внутри пылевой сферы метрика плоская и нет пространственных сокращений, а замедление собственных времён везде такое же, как на поверхности.

Пусть тонкая пылевая сфера начала падение с некоторого большого расстояния $r_b(t_0) \gg r_g$ при $t_0 = 0$ и $\tau_0 = 0$. Тогда мировые линии частиц этой сферы всегда будут оставаться вне гравитационного радиуса в каждый конечный момент мирового времени $t > 0$, с которым радиальная координата $r(t)$ связана как:

$$t = C(r_1) - 2(rr_g)^{1/2} - \frac{2}{3} \frac{r^{3/2}}{r_g^{1/2}} + r_g \ln \left| \frac{r^{1/2} + r_g^{1/2}}{r^{1/2} - r_g^{1/2}} \right|, \quad (2)$$

где константа $C(r_1) = const$ выбрана так, чтобы было $t(r_1) = 0$. Для достаточно больших времён $r_g \ll t < \infty$ формула упрощается и явная зависимость очень проста (Рис.1):

$$r(t) = r_g (1 + 4e^{-t/r_g}) + O(r_g / t) > r_g. \quad (3)$$

При параметризации *этой же* мировой линии через собственное время формула для траектории имеет вид:

$$r(\tau) = r_0 \cdot (1 - \tau / \alpha_0)^{2/3}, \quad (4)$$

где $\alpha_0 = 2r_0^{3/2} / 3r_g^{1/2}$, и такая же, как в ньютоновской теории. Момент собственного времени τ_g , когда частицы в ньютоновской теории пересекли бы r_g , найдём из (4):

$$\tau_g = \alpha_0 \cdot \left(1 - \frac{r_g^{3/2}}{r_0^{3/2}} \right). \quad (5)$$

Две формулы для траектории (3) и (4) описывают одну и ту же частицу в одной и той же точке пространства (r, θ, φ) в терминах показаний двух типов часов. Поэтому, ввиду тождества $r(\tau) \equiv r(t)$ в (3) и (4) при $r_g \ll t < \infty$ имеет место однозначная связь моментов собственного времени и мирового времени (эпохи) $\tau[r(t)] \equiv \tau(t)$ (Рис. 1) [7]:

$$\tau(t) = \alpha_0 \left[1 - \frac{r_g^{3/2}}{r_0^{3/2}} \left(1 + 4e^{-t/r_g} \right)^{3/2} \right] < \tau_g. \quad (6)$$

Здесь $\tau(t) < \tau_g$ при любом $t < \infty$ и момент τ_g не наступит никогда. Это значит, что при старте падения поверхности от начального значения $\tau(r_0) = 0$, $t_0 = 0$, бесконечный интервал мирового времени $t \in [0, \infty)$ находится в однозначном соответствии с конечным интервалом собственного времени частицы $\tau(t) \in [0, \tau_g)$. Итак, эффект гравитационного замедления времени проявляется в виде фактического *замораживания собственных времён* при приближении к r_g . При этом в ОТО темп хода собственных времён строго ограничен темпом равномерно протекаю-

щего мирового времени на глобальных гиперповерхностях одновременности $t = const$ (Рис.1).

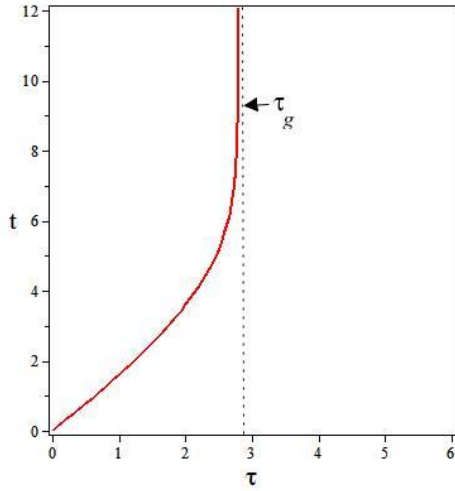


Рис.1. Собственное время падающей пылевой сферы $\tau = \tau[r(t)] = \tau(t)$ для любого $t < \infty$ ограничено связью с мировым временем $\tau(t) = \tau_g - b \exp(-t / r_g) < \tau_g$.

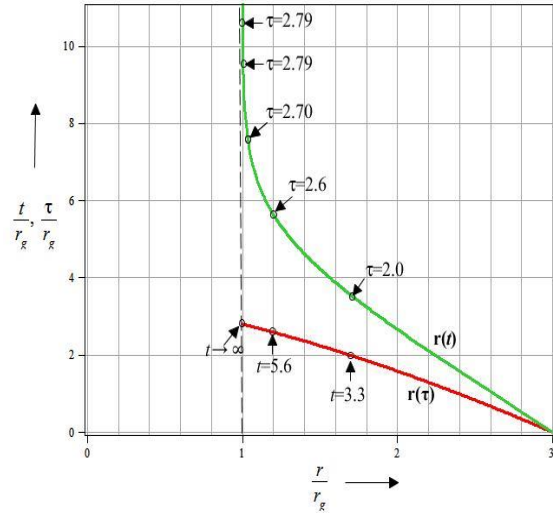


Рис 2. Мировая линия поверхности пылевой сферы $r(t) = r(\tau)$, выраженная в мировом времени t и в собственном времени τ .

Из-за инвариантности собственных времён пылевая сфера никогда не пересекает свой гравитационный радиус $\tau[t(t', r)] > \tau_g$ для любых наблюдателей с любыми координатами t', r' , соответствующим конечному моменту $t < \infty$ астрономического мирового времени реального мира. Наблюдатели в любой системе отсчёта увидят эту же картину, если свои координаты будут сопоставлять реально происходящим событиям на гиперповерхностях одновременности в системе покоя пылевой сферы.

Во внутренней же области пылевой сферы $r < r_b$, где коэффициент замедления времени равен значению на поверхности, горизонт событий также не появится, но все пробные частицы застывают в тех точках, где оказались до времени застывания оболочки около r_g . Таким образом, для пробных частиц в гравитационном поле пылевой сферы интервал времени подобен $ds^2 > 0$ в любой точке пространства $r \geq 0$.

Рассмотрим теперь траектории частиц сжимающейся оболочки на плоскости (t, r) , приведённый на Рис.2. В этом графике на оси времени интервалы мирового времени эквидистантны, так как t задано глобально. А собственные времена $\tau(r)$ определены локально в окрестности каждой мировой линии, интервалы не эквидистантны и поэтому моменты $\tau(r)$ могут быть расставлены только на каждой мировой линии. При равномерном протекании мирового времени траектории асимптотически сближаются к r_g , интервалы собственного времени сильно растягиваются, а само значение $\tau(r)$ почти застывает около τ_g . Застывание

пылевой сферы выражается в кажущемся «обрыве» мировой линии $r(\tau)$ около r_g , а на самом деле эволюция продолжается в виде микроскопических сдвигов $r \rightarrow r_g$, что и выражено более явно в той же мировой линии $r(t)$, выраженной в терминах t .

Выводы, касающиеся пылевой сферы в основном справедливы и в случае падения в собственном поле тонкой сферы из слабо заряженных частиц или эллипсоида вращения (нейтральный или заряженный). Здесь также имеются две формы уравнения траектории в терминах мирового времени или собственных времён падающих частиц. Эти уравнения снова дадут зависимость собственных времён $\tau(t)$ от моментов мирового времени $t < \infty$, а частицы на поверхности будут *вне* области, где собственные времена практически застывают. В случае заряженной сферы будут *вне эффективного гравитационного радиуса* $\tilde{r}_g(r) = r_g - Ge^2/r$, а в случае нейтральной вращающейся сферы – *вне эргосферы*, где $g_{00}(r, \theta) \rightarrow 0$ и собственные времена застывают относительно t .

2. Образование фрозара при застывании однородного пылевого шара

Однородный пылевой шар можно рассматривать как систему вложенных тонких пылевых слоёв, где каждый слой конечной массы изменяет коэффициент замедления собственного времени в каждой точке всего объёма на конечную величину. Застывание поверхности происходит в соответствии с решением Шварцшильда и потому в мировом времени произойдёт экспоненциально быстро. Но, так как замедление собственных времён во внутренних слоях не меньше, чем на поверхности, то быстрое застывание собственных времён во внутренних слоях произойдёт ещё до застывания поверхности [10]. Далее это принципиально важное свойство релятивистского коллапса покажем на примерах стандартных точных решений уравнений поля.

Для модели сжимающегося пылевого шара общее решение было найдено Толманом [3] (обозначения см. [7]) с двумя заданными функциями для слоя R : $f(R)$ - пропорциональной начальной энергии слоя и $F(R)$ - пропорциональной массе внутри этого слоя. Рассмотрим случай с $f(R) < 0$ (эллиптические траектории) для стандартной задачи однородного пылевого шара, частицы которого в начальный момент $t_0 = 0$ покоятся $\dot{r}(R, t_0) = 0$ (см. [7], задача к § 103). Покажем в этом случае образование застывшего шара как переход в состояние фрозара.

Решение даётся параметрически уравнением для циклоиды. Пусть в начальный момент собственного времени $\tau_0(R) = 0$ параметр циклоиды выбран как $\eta_0 = 0$, а периметр поверхности шара равен $2\pi r_0$. Когда функции $f(R)$ и $F(R)$ выбраны в виде:

$$f = -\sin^2 R, \quad F = 2a_0 \sin^3 R, \quad (7)$$

то это соответствует изотропному решению Фридмана с масштабным фактором $a(\eta)$, где параметр $\eta(t)$ связан с τ как $d\tau = a(\eta) d\eta$, а линейный элемент есть:

$$ds^2 = a(\eta) \left[d\eta^2 - dR^2 - \sin^2 R (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right]. \quad (8)$$

Начальное значение масштабного фактора можно фиксировать из сшивания с внешней метрикой шара, что даёт $a_0 = r_0 / 2 \sin R_0$, где $r_g = r_0 \sin^2 R_0$ - гравитационный радиус шара, а R_0 относится к поверхности. При этом, изотропность и однородность шара проявляются и в том, что значения собственного времени $\tau(t)$ в каждый момент t одинаковы для всех слоёв (не зависят от R) и определяются только «эпохой» t :

$$\tau(t) = \frac{r_0^{3/2}}{2r_g^{1/2}} [\eta(t) + \sin \eta(t)], \quad r(t, R) = \frac{r_0^{3/2}}{2r_g^{1/2}} [1 + \cos \eta(t)] \sin R. \quad (9)$$

Сшивание с внешней метрикой позволяет определить и связь η с t :

$$\frac{t}{r_g} = \ln \frac{(r_0 / r_g - 1)^{1/2} + \tan(\eta / 2)}{(r_0 / r_g - 1)^{1/2} - \tan(\eta / 2)} + (r_0 / r_g - 1)^{1/2} [\eta + \frac{r_0}{2r_g} (\eta + \sin \eta)]. \quad (10)$$

Из этой формулы ясно, что $\eta(t)$ есть только функция времени t .

И теперь принципиально важно то, к чему стремится при $t \rightarrow \infty$ собственное время $\tau(t)$. Из (10) следует, что при $t \rightarrow \infty$ имеем $\tan(\eta / 2) \rightarrow (r_0 / r_g - 1)^{1/2}$ и η стремится к конечному пределу:

$$\eta(t)|_{t \rightarrow \infty} \rightarrow \eta_g = 2 \arccos[(r_g / r_0)^{1/2}]. \quad (11)$$

Это означает, что в данном случае бесконечный интервал мирового времени $t \in [0, \infty)$ отображается на конечный интервал этого параметра $\eta(t) \in [0, \eta_g)$. По мере сжатия шара и приближения его поверхности к r_g происходит экспоненциально быстрое застывание поверхности по закону (9). По этому же закону застывают тогда и внутренние слои, так как собственные времена везде одинаковы из-за однородности и изотропии. Для значения τ_g , при котором собственные времена асимптотически застывают, тогда находим:

$$\tau(t)|_{t \rightarrow \infty} \rightarrow \frac{r_0^{3/2}}{2r_g^{1/2}} (\eta_g + \sin \eta_g) \equiv \tau_g, \quad (12)$$

$$\tau_g = \frac{r_0^{3/2}}{r_g^{1/2}} \arccos[(r_g / r_0)^{1/2}] + r_0 \cdot (1 - r_g / r_0)^{1/2}. \quad (13)$$

Таким образом, моменты из бесконечного интервала $t \in [0, \infty)$ один к одному соответствуют моментам собственного времени из конечного интервала $\tau(t) \in [0, \tau_g)$, что и выражает в асимптотике $t \gg r_g$ практическую остановку собственного времени во всём шаре.

Внутренние слои шара при этом застывают при значениях радиальных координат (Рис.3):

$$r(\infty, R) = \frac{r_0^{3/2}}{2r_g^{1/2}} (1 + \cos \eta_g) \sin R = (r_0 r_g)^{1/2} \sin R. \quad (14)$$

Как видим, поверхность шара застывает около $r(\infty, R_b) \rightarrow r_g$, а внутренние слои распределяются по отрезку синусоиды на определённых расстояниях от центра шара.

В дальнейшем мировые линии частиц шара будут практически параллельными к оси t и друг к другу.

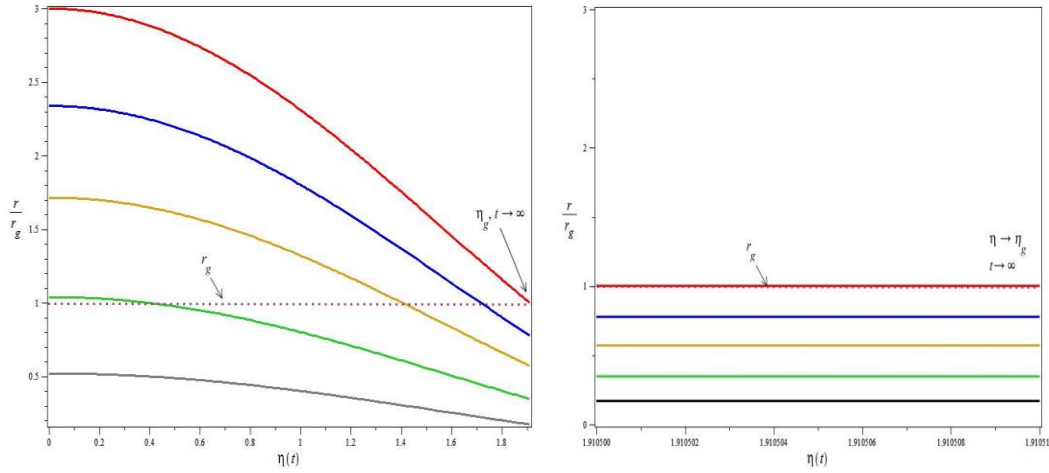


Рис. 3. Уменьшение радиальных координат слоёв в пылевом шаре в мировом времени t , выраженных через параметр $\eta(t)$. Пылевая сфера быстро приблизится к значению параметра $\eta \rightarrow \eta_g = 2 \arctan(\sqrt{2}) \approx 1.910633236$, где как этот параметр, так и собственные времена и длины периметров слоёв застывают в мировом времени и далее вплоть до $t \rightarrow \infty$ не меняются. Поверхность застывает вне гравитационного радиуса, а однородность шара сохраняется и после застывания.

Для масштабного фактора фридмановской метрики в этой модели и его предельного значения a_g , при котором шар застывает, получаем:

$$a(t) = \frac{r_0^{3/2}}{2r_g^{1/2}} [1 + \cos \eta(t)], \quad a_g = \frac{r_0^{3/2}}{2r_g^{1/2}} (1 + \cos \eta_g) = (r_0 r_g)^{1/2}. \quad (15)$$

Отношение $a(t) / a_g$, таким образом, в интервале $\eta(t) \in [0, \eta_g)$ меняется как:

$$\tilde{a}(t) \equiv \frac{a(t)}{a_g} = \frac{r_0}{2r_g} [1 + \cos \eta(t)]. \quad (16)$$

При начальной плотности ρ_0 соответствующая предельная плотность равна:

$$\rho_g = \rho_0 \frac{a_0^3}{a_g^3} = \rho_0 \frac{1}{(r_0 r_g)^{3/2}} \frac{r_0^{9/2}}{r_g^{3/2}} = \rho_0 \frac{r_0^3}{r_g^3}. \quad (17)$$

Итак, однородный пылевой шар со стандартными идеализациями и начальными условиями, ведущими к фридмановской метрике, застывает очень быстро при значениях собственных времён $\tau(t) \rightarrow \tau_g$, радиальных координатах слоёв $r(t, R) \rightarrow (r_0 r_g)^{1/2} \sin R$ и плотности $\rho(t) \rightarrow \rho_0 r_0^3 / r_g^3$, так что при $t \rightarrow \infty$ с этим шаром уже больше никогда ничего не происходит. Таким образом, пылевой шар переходит в состояние *фрозара* – звезды с полностью застывшей внутренней структурой, которая практически не меняется при её сосуществовании с другими объектами Вселенной в любой момент $t < \infty$.

3. Образование фрозара при неоднородном застывании пылевого шара

Для пылевого шара рассмотренное в предыдущем разделе изотропное фридмановское решение применимо только приближённо, так как при центральной симметрии ускорение, направленное к центру отлично от нуля всегда и этим изотропность нарушена [3-4]. Это проявляется, в частности в том, что временная метрика начинает зависеть от радиальной координаты и собственные времена замедляются неоднородно. В более строгом подходе у пылевого шара появляются два новых свойства по сравнению с тонкой пылевой сферой, характерные и для структуры почти всех компактных релятивистских объектов.

Первое свойство состоит в том, что коэффициент сокращения стандартных радиальных масштабов $\exp[\lambda(t, r)]$ неоднороден - на поверхности равен шварцшильдовскому значению, а при приближении к центру *уменьшается* вплоть до единицы.

Второе новое свойство связано с *возрастанием* коэффициента замедления собственных времён $\exp[-\nu(t, r)]$ по мере приближения к центру шара. Поскольку на поверхности этот коэффициент также равен шварцшильдовскому значению, то это означает, что при приближении поверхности к r_g центральные части звезды застывают быстрее верхних слоёв при значениях τ меньших значения на поверхности и на каждой гиперповерхности одновременности $t = const$ имеет место неравенство (при старте от начальных значений $\tau(r, 0) = \tau(r_b, 0) = 0$):

$$\tau(r, t) \leq \tau(r_b, t), \quad r \leq r_b. \quad (18)$$

Всё это хорошо видно в решении уравнений Эйнштейна для пылевого шара, найденном ещё Оппенгеймером и Снайдером (ОС) [4]. При $t \gg r_g$ зависимость между двумя временами $\tau(t)$ в этом решении в обращённой форме имеет вид (с исправлениями из [5]):

$$t \approx -r_g \ln \left[\frac{1}{8} \left(\frac{R^2}{R_b^2} - 3 \right) + \frac{R_b}{4r_g} (1 - \tau / \alpha_b)^{2/3} \right] + O(r_g / t), \quad (19)$$

где $\alpha_b = 2R_b^{3/2} / 3r_g^{1/2}$, R находится из соотношения:

$$r(t) = R \cdot [1 - \tau(t) / \alpha_b]^{2/3}, \quad (20)$$

R_b есть значение этой переменной на поверхности шара и $R = 0$ в центре.

Для понимания физического смысла зависимости (19) более полезным является её прямая форма, когда собственные времена разных слоёв $\tau(t, R)$ явно выражены через t :

$$\tau(t, R) = \alpha_b \left\{ 1 - \frac{r_g^{3/2}}{R_b^{3/2}} \left[4e^{-t/r_g} + \frac{1}{2} \left(3 - \frac{R^2}{R_b^2} \right) \right]^{3/2} \right\}. \quad (21)$$

За время $t \gg r_g$ собственные времена слоёв экспоненциально быстро застывают около максимальных значений:

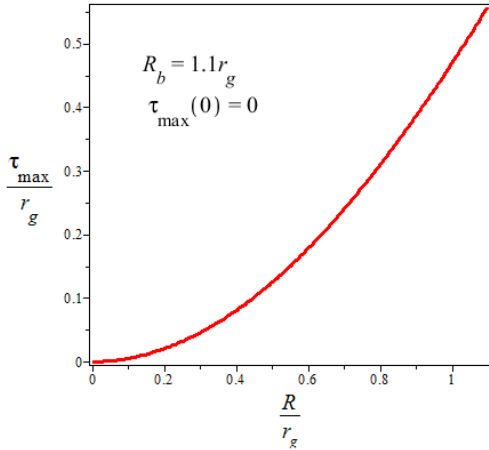


Рис. 4. Неоднородное застывание собственных времён слоёв пылевого шара начиная с момента застывания центра шара $\tau_{\max}(0)$.

разница в застывающих собственных временах на поверхности и в центре шара быстро (в терминах t) приблизится к пределу:

$$\Delta\tau_{\infty} = \tau(\infty, R_b) - \tau(\infty, 0) = \left(\sqrt{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} \right) r_g \approx 0,558 r_g. \quad (25)$$

Итак, при любом реалистическом распределении плотности в шаре коэффициент замедления времени будет максимальным в центре и минимальным на поверхности и центр застывает быстрее поверхности.

Отметим, что если не пренебрегать давлением, то коэффициент замедления времени формально расходится уже на конечном расстоянии от центра. Однако, в реальных звёздах этого не произойдёт так как быстрый рост давления и температуры в центре приведёт к изменению уравнения состояния и исходные модельные приближения должны быть уточнены.

Коэффициент радиального сокращения в решении ОС [4] имеет вид (с исправленным коэффициентом из [5]):

$$e^{-\lambda(r,t)} = 1 - \frac{R^2}{R_b^2} \left[4e^{-t(r)/r_g} + \frac{1}{2} \left(3 - \frac{R^2}{R_b^2} \right) \right]^{-1} \quad (26)$$

В центре шара $R=0$, так что $\lambda(0,t)=0$ в любой момент времени. В верхних слоях, по мере удаления от центра, коэффициент радиальных сокращений растёт и по мере приближения поверхности к r_g физический объём быстро возрастает из-за радиальных сокращений в верхних слоях. При этом коэффициент радиальных сокращений в верхних слоях возрастает в мировом времени экспоненциально:

$$e^{\lambda(r,t)} \sim e^{t(r)/r_g} + \frac{\varepsilon}{R_b} \rightarrow e^{t(r)/r_g}. \quad (27)$$

Отдельные слои пылевого шара, которые имели вначале разные R , быстро застывают (т.е. перестают зависеть от t) при значениях радиальной координаты:

$$r = \frac{R}{R_b} \left[\frac{r_g}{2R_b^{1/3}} \left(3 - \frac{R^2}{R_b^2} \right) \right]^{3/2}. \quad (28)$$

$$\tau_{\max} = \alpha_b \left\{ 1 - \left[\frac{r_g}{2R_b} \left(3 - \frac{R^2}{R_b^2} \right) \right]^{3/2} \right\} \quad (22)$$

График зависимости $\tau_{\max}(R)$ показан на Рис. 4. Как видим, на поверхности $R=R_b$ собственное время застывает при значении:

$$\tau(t, R_b) \rightarrow \alpha_b (1 - r_g^{3/2} / R_b^{3/2}). \quad (23)$$

тогда как в центре шара $R=0$ замедление τ больше и оно асимптотически застывает раньше поверхности при значении $\tau_{\max}(0) < \tau_{\max}(R_b)$:

$$\tau(t, 0) \rightarrow \alpha_b [1 - (3r_g / 2R_b)^{3/2}]. \quad (24)$$

Разница в застывающих собственных

Третье новое свойство связано со снятием для пылевого шара известных ограничений на значение радиуса поверхности и на поверхностное красное смещение z , возникающих для объектов в гидростатическом равновесии из-за неограниченного возрастания давления в центре (см. [8]):

$$r_b > \frac{9}{8} r_g, \quad z < 2. \quad (29)$$

Действительно, в сжимающемся пылевом шаре нет давления и он не находится в равновесии, так что формально эти ограничения к нему не относятся.

И, наконец, четвертое свойство, отличающее релятивистский пылевой шар от чёрных дыр ньютоновской теории, состоит в том, что траектории частиц времениподобны $ds^2 > 0$ во всём объёме, поверхность остаётся всегда вне гравитационного радиуса $r_b > r_g$ и поэтому частицы и излучение в принципе могут покинуть пылевой шар (при учёте температурных эффектов, через большое время и с большим красным смещением).

Итак, по мере сжатия шара, вместе с нарастанием физического объёма и числа частиц в верхних слоях, усиливается эффект замедления времени в нижних слоях. Замирание всех процессов, начавшись в центре, распространится и на верхние слои, так что сжимающийся шар в терминах t быстро замирает при радиусе поверхности чуть больше r_g и в дальнейшем его структура по всему объёму остаётся неизменной, т.е. решение ОС ведёт к образованию фрозара.

4. Фрозары при однородной жидкости и ультрарелятивистском веществе

Процесс образования фрозаров при коллапсе при нулевом давлении (пылевая сфера и пылевой шар), рассмотренные в предыдущих разделах, имеет общий характер и качественно вывод будет таким же и при коллапсе звёзд с учётом давления при мягком уравнении состояния. Далее это будет показано на примере двух стандартных точно решаемых моделей с ненулевым давлением.

Рассмотрим статическую однородную звезду, когда её масса близка к критической, а при адиабатическом наращивании массы (медленная аккреция) r_g растёт и приближается к радиусу поверхности r_b . Как правило, при этом есть ещё одно критическое значение r_c (например, $9r_g/8$), после чего устойчивость теряется, но это также достаточно близко к r_g . Пусть плотность вещества в холодной однородной звезде постоянна: $\rho(r) = \rho_0 = const$. В этом случае временная компонента метрики $g_{00}(r)$ и давление $p(r)$ выражаются через R и массу $M = 4\pi\rho_0/3r_b^3$ в стандартном виде [8]:

$$g_{00}(r) = \frac{1}{4} \left[3 \left(1 - r_g / r_b \right)^{1/2} - \left(1 - r_g r^2 / r_b^3 \right)^{1/2} \right]^2, \quad (30)$$

$$p(r) = \frac{3M}{8\pi r_b^3 g_{00}^{1/2}(r)} \cdot \left[\left(1 - r_g r^2 / r_b^3 \right)^{1/2} - \left(1 - r_g / r_b \right)^{1/2} \right]. \quad (31)$$

Здесь коэффициент замедления времени $g_{00}^{-1/2}(r)$ также минимален на поверхности и максимален в центре:

$$g_{00}^{-1/2}(r_b) = 2 \left[3(1 - r_g / r_b)^{1/2} - (1 - r_g / r_b)^{1/2} \right]^{-1}, \quad (32)$$

$$g_{00}^{-1/2}(0) = 2 \left[3(1 - r_g / r_b)^{1/2} - 1 \right]^{-1} > g_{00}^{-1/2}(r_b). \quad (33)$$

В результате, даже если звезда теряет устойчивость и её поверхность начинает быстро приближаться к r_g , где собственные времена начинают застывать экспоненциально быстро, то *ещё раньше этого и быстрее* застывают собственные времена частиц около центра и далее в верхних слоях вплоть до поверхности. Если пока пренебречь возможными сценариями стабилизации или антиколлапса и рассматривать худший вариант, когда сжатие неизбежно, то введение давления выразилось только через зависимость коэффициента замедления времени от слоя, но не изменило характер застывания звезды в целом с образованием фрозара.

Рассмотрим далее другую модель релятивистской звезды, основная часть вещества которой состоит из ультрарелятивистских частиц с уравнением состояния $p(r) = \rho(r)/3$. В такой звезде температурные эффекты существенны везде из-за того, что $\rho(r) = \sigma T^4(r)$. Однако, как абстрактную модель продолжим рассматривать динамику звезды как в холодном случае.

Соответствующая временная компонента метрики, определяющая коэффициент замедления времени внутри звезды, тогда имеет простой вид [4]:

$$g_{00}(r) = \frac{r}{r_b} \left(1 - \frac{2GM(r_b)}{r_b} \right) = \frac{4}{7} \frac{r}{r_b}, \quad r \leq r_b. \quad (34)$$

так что на поверхности он конечен, а в центре очень большой и даже расходится:

$$g_{00}^{-1/2}(r_b) = \sqrt{7}/2, \quad g_{00}^{-1/2}(0) \rightarrow \infty \quad (35)$$

Таким образом, в центральных областях такой звезды собственные времена частиц являются застывшими ещё задолго до перехода в режим коллапса. Фактически центр звезды с ультрарелятивистским веществом всегда находится в состоянии фрозара (опять в «пессимистическом» сценарии, когда давление и температура не в состоянии препятствовать сжатию). При потере устойчивости и дальнейшем сжатии звезды с переходом в режим быстрого коллапса, этот уже существующий фрозар в центральной области охватит и более высокие слои по мере приближения поверхности к r_g и звезда уже полностью перейдет в состояние фрозара.

5. Структура и свойства компактных объектов в фазе фрозара

В более реалистичных моделях релятивистских звёзд, в которых учитываются как давление, так и температура, картину асимптотического сжатия с застыванием сменит более нетривиальное поведение слоёв. Тем не менее и здесь сохраняются основные свойства релятивистского коллапса, проявившиеся в более простых случаях, появятся также и качественно новые свойства.

Из прежних свойств важнейшим является то, что все объекты оказываются *устойчивыми* относительно гравитационного *сжатия* из-за почти полного гравитационного застывания объекта (в мировом времени) по мере приближении поверхности к r_g , при этом внутренние области застывают раньше поверхности.

Новые свойства, которых не было в пылевом веществе, состоят в том, что при определённой структуре и уравнении состояния, гравитационное сжатие

звезды может перейти в квазистабильное состояние или в режим расширения с наблюдаемыми излучениями и выбросами.

По мере сжатия физический объём в верхних слоях звезды увеличивается относительно быстрее, чем в нижних слоях. Во-первых, в верхних слоях радиальные сокращения сильнее, а во-вторых верхние слои звезды при любом уравнении состояния застывают позже центральных и успевают уплотниться дольше и в большей мере. Таким образом, первоначально однородная звезда по мере сжатия становится неоднородной и для таких звёзд уже не будет ограничений для красного смещения с поверхности, как для равновесных звёзд.

По мере приближения поверхности к r_g локальное давление и температура около центра звезды быстро возрастают. Это может противодействовать сжатию, открыть новые каналы реакций *превращений частиц*, а также привести к *фазовым переходам*. Выделение энергии при реакциях и фазовых переходах может привести к стабилизации звезды на каком-то равновесном значении параметров или же к обратному расширению. В частности, возможен переход сначала центральных, а затем и верхних слоёв в кварковую фазу с выделением энергии, позволяющей стабилизировать сжатие или привести к большим выбросам и взрыву звезды.

Перечислим далее некоторые общие свойства компактных релятивистских звёзд (фрозаров), которые следуют из общих ограничений ОТО и проявляются в рассмотренных выше упрощённых модельных ситуациях:

1. Большое замедление времени вблизи поверхности фрозаров ведёт к отсутствию резких изменений параметров и очень *гладкому, растянутому во времени характеру всех пиков интенсивности* излучения. Такую замедленность можно использовать для измерения коэффициента замедления времени около фрозаров.

2. Тишина на конечной стадии падения материи на фрозары из-за гравитационного застывания как самой материи, так и её излучения.

3. Гравитационно-замороженное вещество будет сверхплотным только в центральных частях сверхмассивных фрозаров в квазарах, ядрах галактик и звёздных скоплениях. В областях же ближе к поверхности плотность вещества может быть малой, хотя и с застывшим в терминах t распределением. Поэтому, сверхмассивные фрозары могут иметь сложную внутреннюю структуру с веществом в различных фазовых состояниях.

4. Квантовые процессы в статическом поле не приведут к рождению частиц так как все мировые линии времениподобны и нет прямого квантового испарения статического фрозара.

5. При вакуумных флуктуациях квантовых полей в окрестности фрозара один из квантов пары падает на фрозар, а другой покидает его окрестности и если это разрешено законами сохранения (например, в присутствии термостата или внешних полей), то в терминах мирового времени состояния уходящих квантов будут описываться матрицей плотности для смешанных состояний. Такая частичная потеря информации из-за замораживания части квантовых флуктуаций в фрозаре ведёт к появлению эффективной энтропии и температуры. При таком рождении частиц масса фрозара растёт из-за поглощения положительной энергии от термостата или внешнего поля в виде одной из частиц родившейся пары.

Некоторые «кандидаты в чёрные дыры» являются более «тихими», чем нейтронные звёзды и у них не наблюдаются термоядерные вспышки от падения вещества на поверхность. Некоторые компактные сверхмассивные объекты, такие как ядра некоторых галактик, также «тихие». Эти факты могут подтвердить

картину релятивистских звёзд как фрозаров поскольку «вспышки» и другие локально-быстрые явления становятся сильно замедленными в терминах t . Такие «замедленные вспышки», длящиеся часы и дни, действительно наблюдаются практически у большинства «тихих» объектов. Хотя и механизмы этого явления сложные, тем не менее, замедленные вспышки также дают вклад в общий эффект.

Заключение

Как видно на примере простейших моделей релятивистского коллапса, чем ближе поверхность коллапсирующего объекта к собственному гравитационному радиусу r_g , тем сильнее становится гравитационное застывание собственных времён во всём объёме объекта по отношению к космологическом мировому времени t Вселенной в целом.

При мягком уравнении состояния, когда гравитация доминирует, сначала застывает центр, затем застывание дойдёт до более высоких слоёв и позже всех застывает поверхность не дойдя до r_g (Рис.3). При этом момент собственного времени, когда застывает поверхность, чуть меньше τ_g из (5). Такой объект с практически полностью застывшей структурой, где мировые линии частиц во всём объёме времениподобны и почти параллельны оси t и между собой, и есть фрозар.

Фрозары в каждый конечный момент $t < \infty$ имеют поверхность вне $r_b > r_g$ и неоднородную внутреннюю структуру, определяемую уравнением состояния в момент застывания и растущими к поверхности радиаль-ными сокращениями.

В отличие от чёрных дыр с горизонтом и сингулярностью, которые оказываются строго запрещёнными со стороны ОТО, фрозары *в принципе* наблюдаемы в любой момент мирового времени и могут испускать кванты с очень большим красным смещением. Наблюдаемые типы релятивистских астрофизических объектов (от звёздных масс до ядер галактик, квазаров и звёздных скоплений) могут интерпретироваться в ОТО как фрозары различной внутренней структуры и с достаточно нетривиальным окружением.

Во второй части статьи будет рассмотрен «оптимистический» сценарий релятивистского коллапса, когда жёсткие уравнения состояния при некотором сочетании частиц и полей останавливают или даже обращают сжатие на какой-то стадии уже после достаточно сильного застывания.

Литература

1. Schwarzschild K. (1916) *Sitz. Preuss. Akad. Wiss.*, p. 189.
2. Lemaître (1933) *Ann. Soc. Sci. Bruxelles, Ser. A*, 1933, v. 53, p.
3. Tolman (1934) *Proc. Nat. Acad. Sci. US* 20, 169.
4. Oppenheimer J.R., Snyder H. (1939) *Phys. Rev.* **56**, p. 455.
5. Mitra A. (1999) *arxiv: astro-ph/9904163*.
6. Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. Гравитация. т.1-3, 1977, М.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. 1988. М.
8. Вайнберг С. Гравитация и космология. 1975. М.
9. Frolov V.P., Novikov I.D. (1998) *Black Hole Physics*. К1.
10. Закир З. *Теор. физ., астрофиз. и космол.*, (2006) **1**, 3, с. 45; (2007), **2**, 1, с. 1; *arxiv: 0705.2585*.