Теоретическая физика, астрофизика и космология ISSN 1991-3117; ISSN 1991-3907 (эл.)
Том **6**, N 2, с. 50 – 66, в1, 14 декабря 2011
Электрон.: ТФАК: 4000-023 в2, 28 сентября 2012 DOI: 10.9751/TFAK.4000-023

Вращательное квантование зарядово-симметричных систем. 3. Роторное квантование релятивистских полей.

Захид Закир [1]

Аннотация

Квантовая теория комплексных полей с вращательными степенями свободы построена на базе модели гармонического ротатора. Для чисто вращательных мод спектр энергий эквидистантен, наблюдаемые полей автоматически нормально-упорядочены и нет нулевой энергии и нулевого заряда вакуума. Частоты квантов при этом есть угловые скорости вращений полевых векторов (в реальном или полевом пространствах). Состояния двух знаков спиральности (частица-античастица) связаны через кроссинг-симметрию. Примеры - это фотоны с круговой поляризацией и комплексные поля. Спин и изоспины частиц оказываются связанными с их частотами, представляя собой угловые моменты вращений и спиральности полевых векторов (заряды) с этими частотами в реальном или полевом пространствах. Показано, что стандартная ковариантная теория возмущений фактически построена для описания взаимодействий гармонических ротаторов. Рецепт перехода от осцилляторного представления мод к ротаторному ранее был найден эмпирически в виде нормального упорядочения операторов наблюдаемых. Энергия вакуума равна нулю при свободном гамильтониане и при включении зарядово-симметричных взаимодействий.

PACS: 03.70.+k, 11.30.Er

Ключевые слова: квантовые поля, зарядовое сопряжение, чётность, энергия вакуума

Содержание

Введение

Стандартная формулировка квантовой теории релятивистских полей основана на *осцилляторном квантовании*, т.е. гипотезе о *колебательной* природе флуктуаций полей (*осцилляторный постулат*). Но, теория поля может основываться на модели гармонического осциллятора только если нулевые энергии мод точно сокращаются. Если же нет такого сокращения, то расходимость энергии вакуума из-за существования гравитации делает такую теорию *несостоятельной*.

[1] *Центр теоретической физики и астрофизики*, *Ташкент*, *Узбекистан*, zahidzakir@theor-phys.org

Для компенсации этой неадекватности теория дополнялась *постулатом нормального упорядочения*, что фактически есть скрытый отказ от осцилляторного постулата. В результате это привело к долгим и безуспешным поискам физической основы для нормального упорядочения *при сохранении* осцилляторного постулата.

Другой путь решения проблемы состоит в том, чтобы *не вводить* изначально гипотезу о колебательных флуктуациях полей с отказом от её же следствия, а поставить задачу поиска *альтернативной* к гармоническому осциллятору модели, в которой спектр энергий был бы также эквидистантен, а энергии линейны по частотам, но чтобы не было нулевой энергии вакуума.

Путь к такой более адекватной физической трактовке флуктуаций полей подсказывает пример фотонов, чистые состояния которых есть состояния с круговой поляризацией. Такие фотоны излучаются вращающимся диполем, когда поперечные векторы поля фотона *постоянны по модулю* и *вращаются* вокруг направления импульса, спектр энергий эквидистантен. При этом частота есть *угловая скорость вращения* полевых векторов, спин фотона - угловой момент этого вращения, а спиральность играет роль сохраняющегося кирального заряда.

Всё это в точности соответствует свойствам *гармонического ротатора* с чисто вращательными модами [1,2], у которого спектр энергии эквидистантен, линеен по частоте и не содержит нулевой энергии, так что нормальное упорядочение возникает естественно. Эта модель, необычная для нерелятивистских систем, где радиальная мода присутствует всегда, хотя бы в виде нулевой флуктуации, но видимо единственно адекватная для релятивистских полей, где чисто вращательные моды допустимы.

Все релятивистские поля, соответствующие фундаментальным частицам, комплексны из-за спиральных состояний и наличия античастиц, а их кванты в чистых состояниях испускаются источниками с передачей углового момента, спина или заряда. Нулевая энергия же их вакуума до сих пор не проявилась на эксперименте, а те эффекты, на которые ссылаются для «доказательства» существования нулевых флуктуаций релятивистских полей, в действительности полностью объясняются влиянием реальных источников и не оставляют места для эффектов нулевой энергии вакуума [3].

По этим причинам в данной статье теория релятивистских полей формулируется на базе модели гармонического ротатора и интерпретации частот квантов как *угловых скоростей вращательных мод* полей. Радиальные флуктуации в комплексном полевом пространстве исключаются условиями базовых дискретных симметрий. В такой теории а наблюдаемые автоматически нормально упорядочены и энергия вакуума не возникает по ясной физической причине.

В разделе 1 статьи приведены основные факты теории гармонических ротаторов, а в разделе 2 рассмотрены экспериментальные основания для ротаторного квантования. В разделах 3-5 проводится квантование поля фотонов, заряженного скалярного и векторного полей, а также спинорного поля. В разделе 6 даётся вращательная интерпретация спинов и изоспинов полей. В разделе 7 обсуждается квантование слабых калибровочных полей и поля гравитонов, а в разделе 8 рассмотрены кроссинг симметрия между право- и лево-вращающимися модами, коммутаторы и причинные пропагаторы для вращательных мод полей.

1. Гармонический и магнито-гармонический ротаторы

При ротаторном квантовании релятивистских полей, которое будет развито в настоящей статье, вместо гипотезы о колебаниях будем исходить из следующего *физического факта*. При излучении квантов источником, вращающимся с угловой частотой ω, частота в их энергии соответствует *частоте вращения* ω полевых векторов вокруг направления импульса при *постоянных* по модулю полевых векторах. В таком случае кванты нормальных мод полей аналогичны квантам *гармонического ротатора* [1,2]. Далее приведём краткий обзор основных фактов теории гармонического ротатора для использования при квантовании полей.

Пусть частица массы m движется в гармоническом потенциале на плоскости (x, y). Эту систему называют *круговым гармоническим осциллятором*. Лагранжиан и гамильтониан в полярных координатах (r,θ), $r^2 = x^2 + y^2$, есть:

$$L = \frac{m}{2}\dot{r}^2 + r^2\frac{m}{2}\left(\dot{\theta}^2 - \omega^2\right), \tag{1}$$

$$H = p_r\dot{r} + M\dot{\theta} - L = \frac{1}{2m}\left(p_r^2 + \frac{M^2}{r^2} + m^2\omega^2 r^2\right), \tag{2}$$

где угловой момент $M = \pm mr^2\dot{\theta}$. В частном случае, когда $M = 0$, частица совершает чисто радиальные колебания как линейный гармонический осциллятор.

В другом частном случае такой системы, когда угловой момент отличен от нуля $M \neq 0$, появляются качественно новые физические явления, связанные с симметрией по двум направлениям вращения и сохранением углового момента. Действительно, из-за роста центробежной силы частица не может проходить через центр, а также имеется двукратное вырождение уровней, что ведёт к новой дискретной симметрии. Всё это более свойственно *ротаторам*, чем осцилляторам и такую систему уместно назвать *вибрирующим гармоническим ротатором*.

Отметим, что переход к частному случаю вибрирующего гармонического ротатора предполагает $M \neq 0$, но это условие не выполняется для основного состояния. Поэтому, учитывая, что вращательные моды не дают вклада в энергию основного состояния, эта энергия либо равна энергии нулевых радиальных колебаний, либо же равна нулю, если радиальная мода исключена точно.

Для нас наиболее интересен именно этот последний частный случай вибрирующего гармонического ротатора, когда радиальных колебаний нет вообще. Эта система и есть *гармонический ротатор* – частица, движущаяся в гармоническом потенциале на плоскости, кинетическая энергия которой сводится к чисто вращательной энергии $M^2 / 2mr^2$. В классической теории он может быть получен из вибрирующего гармонического ротатора двумя способами - либо наложением связи, зануляющей радиальный импульс, либо используя свойства симметрии [1,2]. В обеих случаях радиальный импульс не даёт вклада в энергию, а после квантования в система нет радиальных возбуждений и их нулевой энергии.

Более простой и последовательный путь, который тем не менее ведёт к тем же физическим результатам, состоит в построении модели гармонического ротатора не как частного случая кругового осциллятора, а как самостоятельной и фундаментальной модели, альтернативной к модели линейного гармонического осциллятора. Для этого с самого начала введём модельный лагранжиан, где кинетический член сводится только к вращательной энергии. Лагранжиан и гамильтониан гармонического ротатора при таком подходе имеют вид:

$$L_0 = r^2 \frac{m}{2}\left(\dot{\theta}^2 - \omega^2\right), \tag{3}$$

$$H_0 = M\dot{\theta} - L_0 = \frac{1}{2m}\left(\frac{M^2}{r^2} + m^2\omega^2 r^2\right) = M\omega\big|_{\dot{\theta}=\pm\omega}. \tag{4}$$

Здесь радиальная координата (точнее r^2) превратилась в множитель Лагранжа, для которой, как известно, по определению импульс не должен вводиться.

Итак, энергия гармонического ротатора пропорциональна частоте вращения ω, которая постоянна, и угловому моменту $M_{n_\theta} = \pm m r_{n_\theta}^2 \omega = n_\theta \hbar$, который квантован с $n_\theta = 0, \pm 1, \ldots$ Спектр энергий при этом эквидистантен, линеен по частоте вращения, двукратно вырожден и начинается с нуля:

$$E_{n,s} = \hbar\omega |n_\theta|. \tag{5}$$

Стандартной и широко применяемой физической реализацией гармонического ротатора является движение частицы с зарядом в постоянном однородном магнитном поле H_z (см.[1,2]). В классической теории частица движется на плоскости (x, y) по строго круговым орбитам, а магнитное поле действует как гармонический потенциал на этой плоскости вращения. При этом, уравнение движения для радиальной степени свободы $\dot{r} = 0$ тривиально и ведёт к занулению радиального импульса, так что радиальных возбуждений в системе нет и их специально исключать не нужно. Но, квантование с сохранением радиальной степени свободы как динамической приводит к нулевой энергии радиальных колебаний и далее к нарушению зарядовой симметрии системы [2].

Поэтому, если при квантовании мы хотим сохранить точную зарядовую симметрию классической системы, можем ограничиться вкладами чисто вращательных мод, у которых по определению нулевой энергии нет. Лагранжиан такого *магнито-гармонического ротатора* может быть выбран в двух формах – либо исходим из стандартного классического лагранжиана

$$L_\perp = \frac{m}{2}\dot{r}^2 + r^2\frac{m}{2}\left[\left(\dot{\theta} + \omega_\pm\right)^2 - \omega_\pm^2\right]. \tag{6}$$

и накладываем условия зарядовой симметрии, либо выбираем такой кинетический член, в котором радиальный импульс не фигурирует изначально:

$$L_0 = r^2\frac{m}{2}\left[\left(\dot{\theta} + \omega_\pm\right)^2 - \omega_\pm^2\right]. \tag{7}$$

Лагранжиан (7) отличается от лагранжиана гармонического ротатора (3) только сдвигом угловой скорости: $\dot{\theta} \to \dot{\theta} + \omega_\pm$. При этом в уровни энергии магнито-гармонического ротатора дают вклад лишь чисто вращательные моды гармонического ротатора:

$$E_{n_\theta} = 2\omega\left(|n_\theta| - n_\theta\right) = \begin{cases} \omega_H |n_\theta|, & n_\theta < 0, \\ 0, & n_\theta > 0. \end{cases} \tag{8}$$

Здесь циклотронная частота $\omega_H = e|H_z| / m_0 c$ вдвое больше частоты гармонического ротатора: $\omega_H = 2\omega_\pm$, а радиусы уровней соответственно в $\sqrt{2}$ раза меньше. Таким образом и в модели магнито-гармонического ротатора с лагранжианом (7) спектр начинается с нуля. Стандартный же выбор лагранжиана (6) полезен при введении комплексных переменных и будет рассмотрен ниже.

В двух приведённых физических примерах вклады вращательных мод были отделены от вклада радиальных мод, что позволило выбрать модельный лагранжиан без радиального кинетического члена. В общем случае, когда такого явного разделения нет, задача состоит в отыскании физических механизмов, позволяющих оставить лишь вклад чисто вращательных мод. Как было показано в [2], в терминах комплексных переменных, естественных для релятивистские полей, роль такого физического механизма играют зарядовая симметрия и другие дискретные симметрии состояний.

При квантовании магнито-гармонического ротатора в комплексных переменных комплексно-сопряжённые скорости на плоскости вращения уже не коммутируют: $[\dot{q}, \dot{q}^*] = 2\omega / m$. Поэтому имеются два вида лагранжианов с разными упорядочениями произведений этих скоростей, которые в классическом случае переходят в стандартный классический лагранжиан (6) и поэтому интуитивно считались эквивалентными:

$$L_0 = m\dot{q}^*\dot{q} - m\omega \cdot i\left(q^*\dot{q} - \dot{q}^* q\right), \tag{9}$$

$$L_\perp = \frac{1}{2} m\left(\dot{q}^*\dot{q} + \dot{q}\dot{q}^*\right) - m\omega \cdot i\left(q^*\dot{q} - \dot{q}^* q\right). \tag{10}$$

С учётом этого обстоятельства лагранжианы (9) - (10) можем переписать в виде:

$$L_0 = m\left[\left(D_t q\right)^*\left(D_t q\right) - \omega^2 q^* q\right]. \tag{11}$$

$$L_\perp = m\left[\left(D_t q\right)^*\left(D_t q\right) - \omega^2 q^* q\right] - \omega, \tag{12}$$

где введена «удлинённая» производная по времени $D_t = \partial_t + i\omega$. В отличие от скоростей, «удлинённые» скорости $D_t q$ и $(D_t q)^*$, которые есть импульсы с точностью до коэффициента (массы), коммутируют между собой. Из лагранжианов (11) - (12) следуют гамильтонианы:

$$H_0 = \frac{1}{m}\left(p + im\omega q^*\right)\left(p^* - im\omega q\right) = 2\omega a^* a = \omega_H Q, \tag{13}$$

$$H_\perp = \frac{1}{m}\left(p + im\omega q^*\right)\left(p^* - im\omega q\right) + \omega = 2\omega a^* a + \omega = \omega_H\left(Q + \frac{1}{2}\right), \tag{14}$$

Итак, «минимальный» лагранжиан L_0 ведёт к «минимальному» гамильтониану H_0 без нулевой энергии и поэтому эта система и есть магнито-гармонический ротатор. Из лагранжиана $L_\perp$ следует симметризованный гамильтониан $H_\perp$ со стандартным спектром с нулевой энергией $E_{(0)} = \omega_H / 2$ от радиальных нулевых флуктуаций, которые в магнитном поле станут хаотическими движениями по дуге.

Состояния магнито-гармонического ротатора с Q определены так, что соответствуют вращениям частицы с положительными зарядом, частотой и энергией.

Зарядово сопряжённая частица вращается в обратном направлении, но если отразить z ось, то получим прежнее состояние частицы. Поэтому используя дискретные симметрии системы операторы зарядово-сопряжённого состояния b^+, b можно выразить через операторы a^+, a и наблюдаемые системы записать в форме:

$$Q = \tilde{Q} + \tilde{Q}^c = a^+a - b^+b, \tag{15}$$

$$H_0 = \omega_H Q = \omega_H \left(a^+a + b^+b\right). \tag{16}$$

Из сравнения с (13)-(14) тогда приходим к тем же соотношениям между операторами заряда, что и в случае гармонического ротатора.

Итак, во вращающихся системах с зарядовой симметрией вместо углового момента фигурирует оператор заряда системы. Как ранее было показано [2], при выборе лагранжиана в «минимальной» форме эта симметрия естественным образом исключает нулевую энергию и нулевой заряд. Поэтому при квантовании такие системы сводятся к совокупности гармонических ротаторов.

Модель вращающейся цепочки гармонических ротаторов, рассмотренная в [2], в (формально) непрерывном пределе позволяет перейти к полям, нормальные моды которых ведут себя как гармонические ротаторы. В этой модели рассматривается удвоенная цепочка связанных частиц, образующих гармонические ротаторы, выстроенные вдоль общей оси z с шагом *a*. При синхронных вращениях ротаторов на плоскостях (x, y, z_i) добавление (или убавление) кванта углового момента одному из ротаторов приводит к распространению поперечной волны вдоль оси z. При периодических возмущениях частотное разложение даёт нормальные моды с волновым числом k_z и частотой ω_k. При этом частота вращения всей цепочки ω_0 выступает «массой покоя» $m_0 = \omega_0 = const$ движущихся в цепочке квантов.

2. Экспериментальные основания для ротаторного квантования

Поскольку наличие или отсутствие нулевой энергии для каждой системы можно проверить экспериментально, то начнём именно с экспериментальных оснований для ротаторного квантования полей (ссылки на литературу см. в [3]).

В физике частиц известные наблюдаемые эффекты - Лэмбовский сдвиг, аномальный магнитный момент и эффект Казимира - описывались как эффекты квантовых флуктуации полей реальных источников и считались доказательствами существования именно таких флуктуаций. В то же время эти же эффекты было принято трактовать и широко пропагандировать как доказательства реальности *нулевых* флуктуаций вакуумных полей без каких-либо источников.

Такая противоречивость ситуации не находила объяснения в рамках осцилляторной трактовки флуктуаций полей. Интуитивные же утверждения, что это *два проявления одной и той же картины* и что противоречия нет, оказываются распространёнными иллюзиями и не соответствуют реальному положению дел.

Действительно, в осцилляторном подходе с энергией нулевых флуктуаций электромагнитного поля связаны вакуумные поля с напряжённостями $\mathbf{E}_{(0)}, \mathbf{B}_{(0)}$:

$$H_0^{(0)} = 2\int d^3k \frac{1}{2}\omega_k = \int d^3x \frac{1}{2}\left(\mathbf{E}_{(0)}^2 + \mathbf{H}_{(0)}^2\right) \tag{17}$$

и в полный гамильтониан неизбежно даёт вклад энергия взаимодействия зарядов с этими вакуумными полями $H_I^{(0)} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{A}_{(0)}$, где $\mathbf{A}_{(0)}$ есть потенциал, соответствующий $\mathbf{E}_{(0)}, \mathbf{B}_{(0)}$. При этом энергия взаимодействия $H_I^{(0)}$ входит в гамильтониан *аддитивно* с энергией взаимодействия с реальными источниками H_I^r, так что *оба вида вкладов должны суммироваться*. Сдвиги энергий, например, будут практически удваиваться:

$$\Delta E_I = \Delta E_I^{(0)} + \Delta E_I^r \approx 2\Delta E_I^r. \tag{18}$$

Нежелание суммировать эти вклады при колебательной трактовке вызвано двумя причинами. С одной стороны, в осцилляторном подходе невозможно объяснить такое явное и катастрофическое расхождение теории с экспериментом. С другой стороны, даже те, кто исходя из детального и непредвзятого анализа делали прямой и ясный вывод об отсутствии каких-либо экспериментальных свидетельств для нулевых флуктуаций, сомневались в возможности формулирования квантовой теории поля без этих флуктуаций и констатировали лишь очевидную необъяснимость и парадоксальность ситуации. Существование вращательной альтернативы даёт ясное объяснение и снимает эту проблему.

Пусть в гамильтонианах осцилляторного (H_{osc}) и вращательного (H_{rot}) квантований сравниваем вклады отдельных членов в наблюдаемые эффекты. Энергия свободных электронов и фотонов $H_0^{(r)}$ и энергия их взаимодействия между собой $H_I^{(r)}$ в обеих случаях одинаковы. Различие состоит лишь в том, что H_{osc} содержит ещё нулевую энергию вакуума в лагранжиане $H_0^{(0)}$ и энергию взаимодействия зарядов с нулевыми вакуумными полями $H_I^{(0)}$, а при вращательной трактовке зарядово-симметричной системы таких вкладов здесь нет:

$$H_{rot} = \left(H_0^{(r)} + H_I^{(r)}\right), \tag{19}$$

$$H_{osc} = \left(H_0^{(r)} + H_I^{(r)}\right) + \left[H_0^{(0)} + H_I^{(0)}\right], \tag{20}$$

Члены в круглых скобках в (19) и (20), совпадающие в обоих гамильтонианах, ведут к диаграммной технике и в форме петлевых вкладов реальных источников полностью объясняют и с большой точностью описывают Лэмбовский сдвиг и аномальные магнитные моменты как эффекты от $H_I^{(r)}$. Таким образом, ротаторное квантование находится в согласии с этими экспериментами.

В то же время, в осцилляторном подходе дополнительно к этим вкладам в H_{osc} обязательно будут и вклады от $H_I^{(0)}$ которые, как известно, того же порядка, что и петлевые вклады от $H_I^{(r)}$. В сумме эти два независимых вклада дают почти *вдвое большую величину*, чем наблюдаемые значения (18), так что *осцилляторный подход к полям фактически отвергнут этими экспериментами*.

В случае эффекта Казимира члены в круглых скобках в (19) и (20) дают вклад через флуктуирующее поле излучения атомов кристалла. Как известно, теория сил Ван-дер-Ваальса, уточнённая другими методами, успешно описывает эффект Казимира, включая зависимости от температуры и свойств материалов, через излучение реальных источников – атомов – при их «нулевых колебаниях» (т.е. колебаниях при нулевой *температуре* (!) кристалла). Поскольку вклады от чисто вакуумных полей из $H_I^{(0)}$ того же порядка и должны суммироваться с излучением атомов ($H_I^{(r)}$), то *осцилляторный подход* и в этом случае *даёт почти* *вдвое большее значение* эффекта Казимира, чем наблюдения и *отвергается этими экспериментами*. Ротаторное квантование только с вкладами полей атомов находится в полном согласии с этими экспериментами.

Итак, если в каждом эффекте попытаться выделить чистый вклад взаимодействия с флуктуирующими вакуумными полями, который нельзя было бы объяснить как аппроксимацию вкладов виртуальных квантов или полей реальных источников, то в каждом случае обнаруживаем, что чисто вакуумного вклада нет [3]. Но, в качестве аппроксимаций точных вкладов полей реальных источников конечно же можно взять *эффективные* флуктуирующие внешние поля. И результаты таких приближенных расчётов близки к наблюдаемым данным, но это уже просто упрощённое изображение основной и точной картины с полями реальных источников.

Из наблюдений также следует практически исчезающее (для масштабов физики частиц) значение космологической постоянной. Это также необъяснимо в рамках осцилляторного квантования. Более того, осцилляторная трактовка предсказывает вклад в космологическую постоянную энергии вакуума уже известных полей почти в 10^{120} раз превышающий наблюдения, что бессмысленно. Все основные попытки сокращения этой энергии, сохранявшие осцилляторное квантование, только усугубляли ситуацию, потребовав лавину гипотез. В то же время ротаторное квантование естественным образом и без гипотез объясняет малость космологической постоянной отсутствием нулевой энергии вакуума известных фундаментальных полей и находится в согласии с наблюдениями.

3. Ротаторное квантование поля фотонов

Фотоны с круговой поляризацией и с двумя проекциями спиральности образуют чистые состояния поля фотонов при котором диагональны гамильтониан и оператор спиральности. Оператор спиральности $\Lambda = \Lambda^0$ в отсутствие углового момента есть временная компонента дивергенции от оператора полного момента $\Lambda^\mu = \partial_\nu J^{\mu\nu}$ и есть проекция спина $\mathbf{S}$ на направление импульса $\mathbf{k}$, т.е. $\Lambda = \mathbf{S} \cdot \mathbf{k} / |\mathbf{k}|$.

Фотоны с противоположными спиральностями излучаются *вращающимся* диполем и они ведут себя как два состояния с противоположного знака киральными зарядами. При дипольных переходах между вращательными уровнями $\Delta n = \pm 1$ энергии излучаемых квантов одинаковы и равны $\Delta E = \hbar\omega$, где ω - циклическая частота вращения. Фотоны, таким образом, аналогичны квантам *гармонического ротатора*, у которых частота есть угловая скорость, спектр энергий вращательных уровней эквидистантен и двукратно вырожден. Далее выяснится, что симметрия между состояниями противоположной спиральности ведёт также и к отсутствию нулевой энергии, что делает точной аналогию с гармоническим ротатором.

Для наших целей достаточно ограничиться только физическими степенями свободы поля фотонов в удобной системе отсчёта. Выявленные физические свойства – вращательная природа периодичности и отсутствие нулевой энергии – тогда сохранятся и в других калибровках и системах отсчёта.

Поэтому выберем ось x^3 пространственных координат вдоль импульса фотона, т.е. $\mathbf{k} = (0,0,k^3)$ и выберем калибровку $A_3 = 0$, оставив только *поперечные* физические компоненты поля A_1, A_2. Из последних образуем комплексный полевой оператор A:

$$A(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(A_1 + iA_2\right), \quad A^*(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(A_1 - iA_2\right). \tag{21}$$

Тогда (плотности) лагранжиана и канонических импульсов поля фотонов есть:

$$L = \int d^3x \; \partial_\mu A^* \cdot \partial^\mu A. \tag{22}$$

$$\pi(x) = \partial_t A^*, \quad \pi^*(x) = \partial_t A, \tag{23}$$

Лагранжиан симметричен относительно глобального преобразования фазы:

$$A' = e^{i\theta\Lambda} A, \quad A^*{}' = e^{-i\theta\Lambda} A^* \tag{24}$$

и соответствующий сохраняющийся «киральный заряд» Λ есть спиральность. Оператор спиральности и свободный гамильтониан имеют вид:

$$\Lambda = i\int d^3x \left(A^*\pi^* - \pi A\right), \tag{25}$$

$$H = \int d^3x \left(\pi^*\pi + \nabla A^* \nabla A\right). \tag{26}$$

Эти два оператора становятся диагональными только для чистых состояний фотонов с круговой поляризацией, когда *вектор поля постоянен по модулю* и *вращается вокруг направления импульса с постоянной угловой скоростью*. Поэтому в частотном разложении полей и источников *частота имеет смысл угловой скорости* вращений. При квантовании вращающийся источник испускает или поглощает фотоны, уносящие или приносящие квант углового момента. Как видим, поле фотонов в данной калибровке и системе отсчёта формально подобно комплексному скалярному полю, представленному как совокупность квантов гармонического ротатора.

При квантовании любой системы необходимо считать, что время разделено на достаточно малые интервалы Δt_i, в течение которых траектории аппроксимируются гладкими классическими траекториями. В теории поля необходимо ещё поместить систему в ящик достаточно большого объёма V, а также сглаживание флуктуаций поля в достаточно малых ячейках пространства ΔV_j, в пределах которых полевые функции усредняются. Большой объём вносит инфракрасное обрезание, а ячейки ведут к наибольшему значению импульса. Далее все интегралы предполагаются взятыми с такими осторожными и корректными предельными переходами.

Уравнения поля и одновременные коммутаторы полей имеют вид:

$$\partial_\mu \partial^\mu A = 0, \quad \partial_\mu \partial^\mu A^* = 0. \tag{27}$$

$$i\left[\pi(\mathbf{x},t), A(\mathbf{x}',t)\right] = \delta^3_{xx'}, \quad i\left[\pi^*(\mathbf{x},t), A^*(\mathbf{x}',t)\right] = \delta^3_{xx'} \tag{28}$$

Разложение полевых переменных по нормальным модам волн вращений с $k_0 = \omega_{\mathbf{k}}$, $\omega_{\mathbf{k}} = |\mathbf{k}|$ имеет вид:

$$A(x) = \sum_k \left(a_k e^{-ikx} + \beta_k^* e^{ikx}\right), \quad A^*(x) = \sum_k \left(a_k^* e^{ikx} + \beta_k e^{-ikx}\right), \tag{29}$$

$$\pi(x) = i\sum_k \omega_k \left(a_k^* e^{ikx} - \beta_k e^{-ikx}\right), \quad \pi^*(x) = -i\sum_k \omega_k \left(a_k e^{-ikx} - \beta_k^* e^{ikx}\right). \tag{30}$$

где суммы определены как

$$\sum_k = \int \frac{d^3k}{[(2\pi)^3 2\omega_k]^{1/2}}. \tag{31}$$

Здесь a_k , a_k^* есть операторы уничтожения и рождения фотонов со спиральностью $\lambda = +1$ и частотой вращения $\omega_{\mathbf{k}}$, а β_k, β_k^* должны соответствовать квантам с $\lambda = +1$, но не прямо, а так, чтобы соблюдались условия зарядовой симметрии. Коммутаторы полей (28) ведут к следующим ненулевым коммутаторам:

$$\left[a_k, a_{k'}^*\right] = \delta_{kk'}^3, \quad \left[\beta_k, \beta_{k'}^*\right] = \delta_{kk'}^3 \tag{32}$$

Оператор спиральности и гамильтониан, с учётом (30), приобретают вид:

$$\begin{aligned} \Lambda &= \int d^3k\, \Lambda_k = \int d^3k \left(\Lambda_k^{(a)} + \Lambda_k^{(\beta)}\right) = \int d^3k \left(a_k^* a_k - \beta_k \beta_k^*\right), \\ H &= \int d^3k\, H_k = \int d^3k \left(\Lambda_k^{(a)} - \Lambda_k^{(\beta)}\right)\omega_k = \int d^3k \left(a_k^* a_k + \beta_k \beta_k^*\right)\omega_k . \end{aligned} \tag{33}$$

При операции «зарядового сопряжения» (*C*-сопряжение), переводящей частицы в античастицы (и наоборот), в нашем случае меняющей знак «кирального заряда» - спиральности, право-вращающийся фотон (частица) переходит в лево-вращающийся фотон (античастица) и наоборот. При этом условия С-симметрии приобретают вид:

$$\begin{aligned} \Lambda_k^c &\equiv C\Lambda_k C^{-1} = -\Lambda_k , \\ H_k^c &\equiv C\, H_k C^{-1} = H_k , \end{aligned} \tag{34}$$

Операторы $a_k, a_{k'}^*$ подвергнутся *C*-сопряжению, превращаясь в операторы рождения-уничтожения фотонов со спиральностью $\Lambda = -1$ и аналогично для β_k, β_k^*:

$$\begin{aligned} &Ca_k C^{-1} = b_k , \quad Ca_k^* C^{-1} = b_k^* , \quad \left[b_k, b_{k'}^*\right] = \delta_{kk'}^3, \\ &C\beta_k C^{-1} = \alpha_k , \quad C\beta_k^* C^{-1} = \alpha_k^* , \quad \left[\alpha_k, \alpha_{k'}^*\right] = \delta_{kk'}^3, \end{aligned} \tag{35}$$

Они определяют импульсное разложение *C*-сопряжённых полевых функций:

$$A^c(x) = \sum_k \left(b_k e^{-ikx} + \alpha_k^* e^{ikx}\right), \quad A^{c*}(x) = \sum_k \left(b_k^* e^{ikx} + \alpha_k e^{-ikx}\right). \tag{36}$$

Выражения для *C*-сопряжённых спиральности и гамильтониана принимают вид:

$$\begin{aligned} \Lambda^c &= \int d^3k\, \Lambda_k^c = \int d^3k \left(\Lambda_k^{(b)} + \Lambda_k^{(\alpha)}\right) = \int d^3k \left(b_k^* b_k - \alpha_k \alpha_k^*\right), \\ H^c &= \int d^3k\, H_k^c = \int d^3k \left(\Lambda_k^{(b)} - \Lambda_k^{(\alpha)}\right)\omega_k = \int d^3k \left(b_k^* b_k + \alpha_k \alpha_k^*\right)\omega_k . \end{aligned} \tag{37}$$

Теперь условия *C*-симметрии для полевых мод запишем детально:

$$\begin{aligned} \Lambda_k &= \Lambda_k^{(a)} + \Lambda_k^{(\beta)} = -\left(\Lambda_k^{(b)} + \Lambda_k^{(\alpha)}\right) = -\Lambda_k^c \\ H_k &= \omega_k \left(\Lambda_k^{(a)} - \Lambda_k^{(\beta)}\right) = \omega_k \left(\Lambda_k^{(b)} - \Lambda_k^{(\alpha)}\right) = H_k^c , \end{aligned} \tag{38}$$

или более компактно:

$$\begin{aligned} \Lambda_k^{(a)} + \Lambda_k^{(\beta)} &= -\Lambda_k^{(b)} - \Lambda_k^{(\alpha)}, \\ \Lambda_k^{(a)} - \Lambda_k^{(\beta)} &= \Lambda_k^{(b)} - \Lambda_k^{(\alpha)} . \end{aligned} \tag{39}$$

Складывая и вычитая эти два операторных соотношения, получаем:

$$\Lambda_k^{(\beta)} = -\Lambda_k^{(b)}, \quad \Lambda_k^{(\alpha)p} = -\Lambda_k^{(a)}. \tag{40}$$

или в явном виде:

$$\beta_k \beta_k^* = -b_k^* b_k, \quad \alpha_k \alpha_k^* = -a_k^* a_k. \tag{41}$$

Подставив это в (33) и (37), находим окончательные выражения для наблюдаемых:

$$\Lambda = -\Lambda^c = \int d^3k \left(\Lambda_k^{(a)} + \Lambda_k^{(b)}\right) = \int d^3k \left(a_k^* a_k - b_k^* b_k\right). \tag{42}$$

$$H = H^c = \int d^3k \left(\Lambda_k^{(a)} - \Lambda_k^{(b)}\right)\omega_k = \int d^3k \left(a_k^* a_k + b_k^* b_k\right)\omega_k. \tag{43}$$

Таким образом, наблюдаемые выражены через операторы спиральности $\Lambda_k^{(a)}$ и $\Lambda_k^{(b)}$, построенных из операторов рождения-уничтожения фотонов противоположной спиральности. При $n_a = 0$, $n_b = 0$ операторы уничтожения определяют вакуум: $a_k \left|0\right\rangle = 0$, $b_k \left|0\right\rangle = 0$, который, согласно (43), не содержит нулевой энергии. Спиральность вакуума также равна нулю. Всё это естественно для состояний поля, аналогичных состояниям гармонического ротатора.

Итак, квантование поля фотонов с круговой поляризацией связано с квантованием нормальных мод поля как гармонических ротаторов. Энергия вакуума при этом, как и в системах, где квантуются чисто вращательные моды, не содержит нулевой энергии. Как видим, квантование поперечных (физических) степеней свободы поля фотонов подобно квантованию комплексного скалярного поля. При этом, фотоны с противоположными спиральностями ведут себя как частица и античастица. Из-за инвариантности свойств вакуума факт отсутствия нулевой энергии вакуума поля, установленный в одной системе отсчёта и в одной калибровке, справедлив для всех систем отсчёта и для всех калибровок.

Приведённый выше формализм квантования поля фотонов в системе покоя источника нетрудно привести к релятивистски-ковариантному виду, сохраняя аксиальную симметричность системы. Переход к другим системам отсчёта осуществляется тетрадными векторами:

$$\begin{aligned} &A_1 = e_1^\mu A_\mu, \quad A_2 = e_2^\mu A_\mu, \quad e_0^\mu A_\mu = e_3^\mu A_\mu = 0, \\ &A(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(e_1^\mu + i e_2^\mu\right) A_\mu = e_+^\mu A_\mu, \\ &A^*(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(e_1^\mu - i e_2^\mu\right) A_\mu = e_-^\mu A_\mu = e_+^{\mu *} A_\mu. \end{aligned} \tag{44}$$

При этом, поле фотонов, имеющее две поперечные компоненты $\left(0, A_1, A_2, 0\right)$ в системе покоя источника, после преобразования Лоренца в другие системы отсчёта в общем случае имеет все четыре компоненты $A_\mu = e_\mu^1 A_1 + e_\mu^2 A_2$. Продольная компонента появляется просто из-за другой ориентации пространственных осей координат новой системы отсчёта. Временная же компонента появляется при преобразованиях Лоренца проекций $\left(A_1, A_2\right)$ на направление движения новой системы отсчёта. В пропагаторы фотонов будут входить ковариантные выражения:

$$e_\mu^- e_\nu^+ A(\Lambda x') A^*(\Lambda x) = e_\mu^a e_\nu^b A_a(\Lambda x') A_b(\Lambda x) = A_\mu(x') A_\nu(x). \tag{45}$$

Поскольку тетрадные векторы (e^1_μ, e^2_μ) постоянны и являются чисто кинематическими факторами, они вносят лишь кинематические поправки к вышеизложенной процедуре квантования и не меняют физических выводов.

4. Неабелевы калибровочные поля и гравитоны

При квантовании поля фотонов физическая природа частот квантов оказалась связанной с вращениями полевых векторов и этот факт привёл к теории без нулевой энергии вакуума в согласии с экспериментами. Так как формальная структура и свойства релятивистских полей во многом подобны, аналогичного результата можно ожидать и для других полей. Поэтому перейдя к систематическому изучению полей разных спинов, рассмотрим сначала аналоги фотонов – кванты неабелевых калибровочных полей и гравитоны.

Квантование неабелевых векторных калибровочных полей A^a_μ (спин 1) и поля гравитонов (спин 2) в приближении свободного поля сводятся к квантованию двух поперечных физических состояний нескольких векторных или тензорных полей. Все эти калибровочные поля, как безмассовые, обладают аксиальной симметрией, а свободный гамильтониан и оператор спиральности квантов при круговой поляризации диагональны. Поэтому, сформулированное выше ротаторное квантование поля фотонов применимо и в этом случае. Учёт нелинейности и внутренних симметрий полей не меняет основных выводов о вращательной природе их частот и отсутствии нулевой энергий вакуума.

Нелинейные вклады пропорциональны константе связи g как в членах самодействия в напряжённости поля, так и в ковариантных производных. Поэтому, если рассмотреть слабые поля с константой связи $g^2 \ll 1$, то этими членами можно будет пренебречь и квантовать неабелевы калибровочные поля и поле гравитонов как наборы независимых фотонных степеней свободы.

В случае поля гравитонов эффективная константа связи слаба вплоть до планковских энергий, где гравитационный радиус кванта сравнивается с её длиной волны и происходит сильное красное смещение частот квантовых флуктуаций. Быстрое уменьшение частот флуктуаций на планковском расстоянии из-за гравитационного застывания собственных времён по сравнению со временем «удалённых наблюдателей», ведёт к малости и несущественности вклада эффектов нелинейности [ ].

Отсутствие нулевой энергии мод свободного поля следует из чисто вращательной природы периодичности и частот как источников, так и их квантов, так что дополнительные взаимодействия не могут это изменить. Все вклады в плотность энергии физического вакуума от взаимодействий будут пропорциональны константам связи и исчезают в пределе слабого поля, тогда как истинные нулевые энергии не зависят от этих факторов.

Вывод о том, что при квантовании неабелевых калибровочных полей и поля гравитонов в одной системе отсчёта, в поперечной калибровке и в приближении слабой связи нулевая энергия вакуума отсутствует, сохраняет свою силу для всех систем отсчёта и для всех калибровок из-за инвариантности свойств вакуума.

Это, конечно, относится к системам без вакуумных конденсатов (или хотя бы к тем областям, где их нет) и к ситуациям, где непертурбативные эффекты не доминируют. Вклады конденсатов и топологически нетривиальных решений в энергию вакуума полей будут обсуждаться в последующих публикациях, но они очевидно также не меняют выводы, касающиеся свободных полей.

5. Комплексные скалярное и векторное поля

В отличие от фотонов, у которых полевые векторы вращаются в реальном пространстве, при квант вращения комплексных скалярного и векторного полей следует изучить вращения в комплексном пространстве полевых переменных - изопространстве.

Лагранжиан скалярного поля $\phi = \phi_1 + i\phi_2$ в минимальной форме есть:

$$L = \int d^3x \left(\partial_\mu \phi^* \cdot \partial^\mu \phi - m^2 \phi^* \phi \right), \tag{46}$$

Канонические импульсы, гамильтониан и оператор заряда имеют вид:

$$\pi(x) = \partial_t \phi^*, \quad \pi^*(x) = \partial_t \phi \tag{47}$$

$$H = i\int d^3x \left(\pi\pi^* + \nabla\phi^* \nabla\phi + m^2 \phi^* \phi \right). \tag{48}$$

$$Q = i\int d^3x \left(\phi^* \pi^* - \pi\phi \right) \tag{49}$$

Для свободных полей нет проблем с упорядочением операторов, но при включении взаимодействия с калибровочными полями оператор заряда зависит от упорядочения.

Общее решение уравнений поля включает частотные моды с 4-импульсом $k = (\pm\omega_{\mathbf{k}}, \mathbf{k})$, $\omega_{\mathbf{k}} = \sqrt{\mathbf{k}^2 + m^2}$, но затем отрицательно-частотные моды заменяются на положительно-частотные античастицы. Поскольку весь формализм аналогичен случаю с полем фотонов (с добавлением массы), то возникает вопрос о том, можно ли и здесь $\omega_{\mathbf{k}}$ считать частотой вращений. В системе, описываемой комплексным полем $\phi = \phi_1 + i\phi_2$ с лагранжианом (46) имеется глобальная $U(1)$ симметрия относительно вращения на угол λ в двумерном полевом пространстве (ϕ_1, ϕ_2):

$$\phi'(x) = e^{i\lambda Q}\phi(x), \; \phi^{*\prime}(x) = e^{-i\lambda Q}\phi^*(x). \tag{50}$$

По аналогии с полем фотонов, и в случае скалярного поля, представленного как *изо*вектор в двумерном полевом пространстве $\vec{\phi} = (\phi_1\vec{n}_1, \phi_2\vec{n}_2)$, ограничимся моделью поля только с теми модами, когда этот *изовектор вращается с частотой* ω_k, периодически совпадая с ϕ_1 или ϕ_2. Это вращение изовектора поля, созданное источником, в реальном пространстве затем распространяется как квант волнового поля.

Разложение такого поля в комплексном представлении на нормальные моды имеет такой же вид, как (29) - (30) с заменой $A \to \phi$, а практически с тем же формализмом. Квантование мод этих волн вращений и приведёт к квантам комплексного скалярного поля с противоположными зарядами. Заряд в этом случае, как аналог спиральности, есть проекция *изо*спина на нормаль к изоплоскости и определяется (с точностью до константы) третьей компонентой изоспина: $Q \sim \tau_3$.

Таким образом, в рамках ротаторного квантования изоспин комплексного скалярного поля интерпретируется как угловой момент вращений в изо-пространстве с частотой кванта поля. Квантованность заряда и энергии оказываются тогда следствиями квантованности углового момента (спина) при вращениях полевых векторов.

Двум эквивалентным направлениям вращения в полевом пространстве соответствуют два знака заряда и имеет место *симметрия относительно зарядового сопряжения* (*C*-симметрия). При *C*-сопряжении (*C*) гамильтониан инвариантен, а оператор заряда меняет знак:

$$H^c \equiv CHC^{-1} = H, \qquad Q^c \equiv CQC^{-1} = -Q. \tag{51}$$

Это ведёт к зарядово-сопряжённым лестничным операторам:

$$b_k = Ca_kC^{-1}, \quad b_k^* = C\,a_k^* C^{-1}, \tag{52}$$

которые определяют *C*-сопряжённые вакуум: $b_k\left|0_b\right\rangle = 0$ и возбуждённые состояния $\left|n_b\right\rangle$. Наблюдаемые Q^c и H^c также выражаются через эти лестничные операторы.

Далее исходя из частотного разложения поля по вращательным модам:

$$\phi(x) = \sum_k \left(a_k e^{-ikx} + \beta_k^* e^{ikx}\right), \quad \phi^*(x) = \sum_k \left(a_k^* e^{ikx} + \beta_k e^{-ikx}\right), \tag{53}$$

и применяя тот же метод, что и для поля фотонов, получаем:

$$\begin{aligned} Q &= \int d^3k \left(a_k^* a_k - \beta_k \beta_k^*\right) = \int d^3k \left(a_k^* a_k - b_k^* b_k\right), \\ H &= \int d^3k \left(a_k^* a_k + \beta_k \beta_k^*\right)\omega_k = \int d^3k \left(a_k^* a_k + b_k^* b_k\right)\omega_k . \end{aligned} \tag{54}$$

Итак, операторы наблюдаемых комплексного скалярного поля с точной зарядовой симметрией нормально упорядочены, а энергия и заряд вакуума равны нулю.

Комплексное векторное поле разлагается по вращательным модам также, как и комплексное скалярное поле, но с учётом вектора поляризации $\varepsilon_{\mu k}^{\lambda}$:

$$\begin{aligned} B_\mu(x) &= \sum_{\mathbf{k}\lambda} \left(a_{k\lambda}\varepsilon_{\mu k}^{\lambda} e^{-ikx} + \beta_{k\lambda}^* \varepsilon_{\mu k}^{\lambda *} e^{ikx}\right), \\ B_\mu^*(x) &= \sum_{\mathbf{k}\lambda} \left(a_{k\lambda}^* \varepsilon_{\mu k}^{\lambda *} e^{ikx} + \beta_{k,\lambda}\varepsilon_{\mu k}^{\lambda}\, e^{-ikx}\right). \end{aligned} \tag{55}$$

После выделения независимых степеней свободы уравнения для свободного поля для трёх поляризаций линейны и в каждой системе отсчёта квантуются независимо как три комплексных скалярных поля. Поэтому, опекая детали, можем привести только результаты для гамильтониана и оператора заряда комплексного векторного поля:

$$\begin{aligned} Q &= \sum_\lambda \int d^3k \,\left(a_{k\lambda}^* a_{k\lambda} - \beta_{k\lambda}\beta_{k\lambda}^*\right) = \sum_\lambda \int d^3k \,\left(a_{k\lambda}^* a_{k\lambda} - b_{k\lambda}^* b_{k\lambda}\right), \\ H &= \sum_\lambda \int d^3k \,\left(a_{k\lambda}^* a_{k\lambda} + \beta_{k\lambda}\beta_{k\lambda}^*\right)\omega_k = \sum_\lambda \int d^3k \,\left(a_{k\lambda}^* a_{k\lambda} - b_{k\lambda}^* b_{k\lambda}\right)\omega_k , \end{aligned} \tag{56}$$

которые также не содержат нулевой энергии и нулевого заряда.

Отметим, что хотя этот результат получен в одной системе отсчёта, отсутствие нулевой энергии и нулевого заряда не связано с выбором системы отсчёта. Тензор энергии-импульса вакуума Λg_{ik} пропорционален скалярной константе Λ и если эта константа исчезает в одной системе отсчёта, то её не будет и во всех остальных.

Симметрии комплексного поля допускают только калибровочно-инвариантные взаимодействия вида $(\phi^*\phi + \phi_c^*\phi_c)^n$, сохраняющие заряд. При ротаторном квантовании, с одной стороны энергии квантов определяются вращательными моментами (зарядами), а с другой стороны, взаимодействие квантов ведёт к перераспределению этих вращательных моментов. Поскольку оператор заряда нормально-упорядочен, то все степени этого оператора также будут нормально-упорядоченными, а матричные элементы от них по вакуумным состояниям исчезают. Этот факт значительно уменьшает число диаграмм во всех порядках теории возмущений. Такие вклады, а также петлевые диаграммы будут рассмотрены в последующих публикациях.

6. Спинорное поле

Вращательная трактовка частоты фотона позволяет прийти и к вращательной трактовке частот фермионов и их спина, что с физической точки зрения выглядит весьма привлекательно. В данном разделе построим формализм ротаторного квантования спинорных полей, уже не останавливаясь на деталях физической интерпретации.

Стандартные лагранжиан, гамильтониан и оператор заряда спинорного поля имеют вид:

$$\begin{aligned} L &= \int d^3x \left[\bar{\psi}\gamma^\mu \left(i\partial_\mu \psi \right) - m\bar{\psi}\psi \right], \\ H &= \int d^3x \; \psi^+ \left(i\partial_t \psi \right) - \int d^3x \left(i\partial_t \psi^+ \right) \psi, \\ Q &= \int d^3x \; \psi^+ \psi. \end{aligned} \tag{57}$$

Частотное разложение поля на вращательные моды имеет вид:

$$\begin{aligned} \psi(x) &= m\sqrt{2} \sum_{\alpha p} \left(b_{p\alpha} u_p^\alpha e^{-ipx} + \beta_{p\alpha}^+ v_p^\alpha e^{ipx} \right), \\ \psi^+(x) &= m\sqrt{2} \sum_{\alpha p} \left(b_{p\alpha}^+ u_p^{\alpha+} e^{ipx} + \beta_{p\alpha} v_p^{\alpha+} e^{-ipx} \right), \end{aligned} \tag{58}$$

где выбрана нормировка: $u_p^{\alpha+} u_p^{\alpha'} = v_p^{\alpha+} v_p^{\alpha'} = \delta^{\alpha\alpha'} E_p / m$, и $E_p = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$.

Как обычно, спинорное поле квантуем одновременными *антикоммутаторами*:

$$\begin{aligned} \left\{ \bar{\psi}(\mathbf{x},t), \psi(\mathbf{x}',t) \right\} &= \delta_{xx'}^3 I_{(4)} , \\ \left\{ \psi(\mathbf{x},t), \psi(\mathbf{x}',t) \right\} &= \left\{ \bar{\psi}(\mathbf{x},t), \bar{\psi}(\mathbf{x}',t) \right\} = 0, \end{aligned} \tag{59}$$

которые ведут к антикоммутаторам для отдельных мод, ненулевые из которых есть:

$$\left\{ b_{p\alpha}, b_{p\alpha}^+ \right\} = \left\{ \beta_{p\alpha}, \beta_{p\alpha}^+ \right\} = \delta_{pp'}^3 \delta_{\alpha\alpha'} . \tag{60}$$

Затем, для заряда и гамильтониана свободного спинорного поля получаем:

$$\begin{aligned} Q &= \sum_\alpha \int d^3p \left(Q_{p\alpha}^{(b)} + Q_{p\alpha}^{(\beta)} \right) = \sum_\alpha \int d^3p \left(b_{p\alpha}^+ b_{p\alpha} + \beta_{p\alpha} \beta_{p\alpha}^+ \right), \\ H &= \sum_\alpha \int d^3p \left(Q_{p\alpha}^{(b)} - Q_{p\alpha}^{(\beta)} \right) E_p = \sum_\alpha \int d^3p \left(b_{p\alpha}^+ b_{p\alpha} - \beta_{p\alpha} \beta_{p\alpha}^+ \right) E_p . \end{aligned} \tag{61}$$

Вводя операторы, зарядово-сопряжённые лестничные операторы:

$$Cb_{p\alpha}C^{-1} = d_{p\alpha}, \qquad Cb^{+}_{p\alpha}C^{-1} = d^{+}_{p\alpha},$$
$$C\beta_{p\alpha}C^{-1} = \alpha_{p\alpha}, \qquad C\beta^{+}_{p\alpha}C^{-1} = \alpha^{+}_{p\alpha} \tag{62}$$

для зарядово-сопряжённых к (61) наблюдаемых получаем выражения:

$$Q^{c} = \sum_{\alpha}\int d^{3}p\,\left(Q^{(d)}_{p\alpha} + Q^{(\alpha)}_{p\alpha}\right) = \sum_{\alpha}\int d^{3}p\,\left(d^{+}_{p\alpha}d_{p\alpha} + \alpha_{p\alpha}\alpha^{+}_{p\alpha}\right),$$
$$H^{c} = \sum_{\alpha}\int d^{3}p\,\left(Q^{(d)}_{p\alpha} - Q^{(\alpha)}_{p\alpha}\right)E_{p} = \sum_{\alpha}\int d^{3}p\,\left(d^{+}_{p\alpha}d_{p\alpha} - \alpha_{p\alpha}\alpha^{+}_{p\alpha}\right)E_{p}, \tag{63}$$

Условия *C*-симметрии для каждой из независимых мод имеют вид:

$$H^{c}_{p\alpha} \equiv CH_{p\alpha}C^{-1} = H_{p\alpha}, \qquad Q^{c}_{p\alpha} \equiv CQ_{p\alpha}C^{-1} = -Q_{p\alpha}. \tag{64}$$

Записанные более детально:

$$Q_{p\alpha} = Q^{(b)}_{p\alpha} + Q^{(\beta)}_{p\alpha} = -\left(Q^{(d)}_{p\alpha} + Q^{(\alpha)}_{p\alpha}\right) = -Q^{c}_{p\alpha},$$
$$H_{p\alpha} = \left(Q^{(b)}_{p\alpha} - Q^{(\beta)}_{p\alpha}\right)E_{p} = \left(Q^{(d)}_{p\alpha} - Q^{(\alpha)}_{p\alpha}\right)E_{p} = H^{c}_{p\alpha} \tag{65}$$

они дают операторные тождества:

$$Q^{(\beta)}_{p\alpha} = -Q^{(d)}_{p\alpha}, \qquad Q^{(\alpha)}_{p\alpha} = -Q^{(b)}_{p\alpha}, \tag{66}$$

или

$$\alpha_{p\alpha}\alpha^{+}_{p\alpha} = -d^{+}_{p\alpha}d_{p\alpha}, \quad \beta_{p\alpha}\beta^{+}_{p\alpha} = -b^{+}_{p\alpha}b_{p\alpha}. \tag{67}$$

Подстановка их в (61) и (63) даёт окончательные выражения для H и Q, содержащие нормально-упорядоченные произведения лестничных операторов:

$$Q = -Q^{c} = \sum_{\alpha}\int d^{3}p\left(b^{+}_{p\alpha}b_{p\alpha} - d^{+}_{p\alpha}d_{p\alpha}\right),$$
$$H = H^{c} = \sum_{\alpha}\int d^{3}p\,\left(b^{+}_{p\alpha}b_{p\alpha} + d^{+}_{p\alpha}d_{p\alpha}\right)E_{p}. \tag{68}$$

Отметим, что теперь исчезает вакуумное среднее как от оператора заряда, так и от пространственных компонентов тока:

$$\langle 0|Q(x)|0\rangle = 0, \qquad \langle 0|\mathbf{j}(x)|0\rangle = 0. \tag{69}$$

Итак, при квантовании зарядово-симметричного спинорного поля наблюдаемые нормально-упорядочены, а в вакууме нет нулевой энергии и нулевого заряда.

7. Кроссинг-симметрия состояний и причинные пропагаторы

В предыдущей статье [2] обсуждались обращение времени и кроссинг-симметрия в комплексных системах и выводы в основном сохраняет силу и для релятивистских полей. В релятивистской теории симметрия относительно 4-инверсии (*PT*) имеет место в сочетании с *C*-симметрией (*CPT*), возникает также и *кроссинг-симметрия* амплитуд.

Перестановочная функция комплексного скалярного поля стандартная:

$$\left[\phi(x'),\phi^{*}(x)\right] = iD\left(x'-x\right). \tag{70}$$

и, как нечётная функция интервала времени, исчезает за световым конусом.

Но, теперь вакуумное среднее от $\phi^{*}(x)\phi(x')$ формально исчезает:

$$\langle 0|\phi^{*}(x)\phi(x')|0\rangle \sim \langle 0|\beta\beta^{*}|0\rangle b = \langle 0|b^{*}b|0\rangle = 0, \tag{71}$$

из-за нормальной упорядоченности произведения. В результате, с учётом (70), вакуумное среднее от $\phi(x')\phi^*(x)$ сводится к перестановочной функции (70) [2].

Однако, квантование с учётом вспомогательных операторов показало [2], что при учёте кроссинг-симметрии в конечном итоге остаются обычные операторы зарядово-сопряжённых квантов без вкладов нулевых флуктуаций. При этом вклады античастиц можно получать просто кроссинг-сопряжением вкладов частиц.

Итак, для того, чтобы найти пропагаторы частиц и античастиц, и здесь можем упростить ситуацию и воспользоваться симметриями: 1) ограничимся только *положительно-частотными* вкладами, 2) получим пропагаторы для частиц, 3) вклады же античастиц получим зарядовым сопряжением вкладов частиц, но с учётом кроссинг-симметрии и причинных ограничений. Это сразу же даёт нам:

$$\begin{aligned} &\langle 0|\phi_+(x')\phi_+^*(x)|0\rangle\theta(t'-t)+\langle 0|\phi_+^c(x)\phi_+^{c*}(x')|0\rangle\theta(t-t')=iD_c(x'-x),\\ &iD_c(x'-x)=\sum_k\left[\theta(t'-t)e^{-i\omega_k(t'-t)}+\theta(t'-t)e^{i\omega_k(t'-t)}\right]e^{i\mathbf{k}(\mathbf{x}'-\mathbf{x})}, \end{aligned} \tag{72}$$

т.е. стандартный «причинный» пропагатор, не исчезающий за световым конусом.

Петлевые диаграммы без вакуумных вкладов и с учётом естественных регуляризаций будут рассмотрены в последующих статьях.

Заключение

При ротаторном квантовании полей операторы рождения-уничтожения в выражениях для наблюдаемых полей автоматически нормально упорядочены, нулевая энергия и нулевой заряд вакуума не возникают. При включении взаимодействий в первом порядке энергия основного состояния, из-за нормальной упорядоченности операторов, также остаётся равной нулю. Поэтому переформулировка ковариантной теории возмущений с переходом от квантов гармонического осциллятора к квантам гармонического ротатора в основном сводится к «сильному» нормальному упорядочению гамильтонианов и токов.

Ротаторное квантование релятивистских полей в конечном итоге в основном соответствует прежней стандартной формулировке и поэтому согласие с большинством экспериментов сохраняется. В некоторых случаях, где прежняя теория расходилась с наблюдениями, согласие с ними в новом подходе достигается в из-за отсутствия нулевых флуктуаций. Изменения в стандартном формализме при этом минимальны и не нарушают согласия теории с экспериментом.

Спин калибровочных бозонов при этом есть обобщённый угловой момент, относящийся к вращениям полевых векторов в реальном пространстве, тогда как в случае внутренних симметрий изоспины (заряды) есть аналоги спиральности при вращениях полевых векторов в полевом (изо-) пространстве.

Ротаторное квантование релятивистских полей позволяет понять физическую природу спина и зарядов частиц на единой основе, связывая их с угловыми моментами при вращениях полевых векторов с частотой, определяющей энергию квантов. Более того, сама квантованность энергии, спина и заряда квантов оказывается результатом квантованности угловых моментов полевых векторов.

Литература

1. Закир З. (2011) *Теор.физ.,астрофиз. и космол.,* **6**, 1, 1.
2. Закир З. (2011) *Теор.физ.,астрофиз. и космол.,* **6**, 2, 14; **6**, 2, 32.
3. Закир З. (2006) *Теор.физ.,астрофиз. и космол.,* **1**, 1, 12; **1**, 4, 67.