

Являются ли струны термострунами? ¹

Захид Закир ²

Аннотация

В методе термострунного квантования эволюция во времени точечных частиц при конечной температуре T описано в геометрической форме. Температурные пути частиц представлены как закрытые (термо)струны, которые заметают поверхности в пространственно-временнo-температурном многообразии. Метод позволяет дать новую физическую интерпретацию суперструн Па и гетеротических струн как точечных частиц в температурной ванне с температурой Планка.

PACS: 11.10.Wx, 11.10.Kk, 11.25.-w, 11.25.Uw, 11.25.Wx

Ключевые слова: квантование, конечные температуры, струны, браны

Содержание

Введение.....	9
1. Что такое струна?	10
2. Что такое термоструна?.....	10
3. Являются ли струны термострунами?.....	13
Литература	14

Введение

В истории физики замена локальных фундаментальных объектов нелокальными происходила неоднократно. Ньютоновские локальные частицы с нелокальными взаимодействиями были заменены полями Максвелла. В теории относительности и в квантовой физике точечные частицы были введены заново как фундаментальные объекты наряду с полями.

В последнее время струны были введены как гипотетические нелокальные объекты с локальными взаимодействиями [1]. Одним из направлений для дальнейшего развития этой гипотезы могло бы быть расширение её до бран с окончательным отходом от локальности первичных объектов теории. Другим направлением могло бы быть восстановление локальности первичных объектов путём обратного сведения струн к точечным частицам и локальным полям со специфическим поведением.

Метод термострунного квантования [2,3] является простейшим шагом в последнем направлении. Здесь струны рассматриваются как термоструны, то есть, как точечные частицы в $(D-2)$ -мерном пространстве с температурной длиной. Из-за связи координат этих частиц с температурной степенью свободы, их эволюция во времени в D -мерном пространственно-временнo-температурном многообразии описывается струнным формализмом. Этот метод не вводит в физику нового объекта. Вместо этого рассматриваются новые свойства старых

¹ Препринт статьи была представлен в 1998 (исправлен в 2003): Zakir Z. (1998) [arXiv:hep-th/9810247](https://arxiv.org/abs/hep-th/9810247)

² *Центр теоретической физики и астрофизики, Ташкент Узбекистан, zahidzakir@theor-phys.org*

объектов. Физическая причина нелокальности – это усреднение по гиббсовскому ансамблю частиц и длина термоструны есть лишь температурная «мировая линия» точечной частицы [4].

Подобная история в своё время произошла в квантовой теории с волновой механикой Шредингера. Сначала волновую функцию рассматривали как описание реальных волн в физическом пространстве-времени, наподобие электромагнитных волн. Понимание того, что они в действительности есть волны вероятностей для точечных частиц в конфигурационном пространстве, было достигнуто посредством статистической интерпретации волновой функции М. Борном.

Аналогично, термострунное квантование есть статистическая интерпретация струн. Оно объясняет появление струнного поведения частиц на планковских расстояниях естественным образом и флуктуации пространства-времени с планковской температурой заменяются тепловой ванной. В этом подходе пространство-время на малых расстояниях эффективно имеет конечную температуру, которая может быть учтена геометрически путём введения температурной степени свободы как дополнительной размерности физического многообразия.

1. Что такое струна?

В обычной теории струн [1] струны предполагаются фундаментальными одномерными объектами в физическом пространстве. Прямое введение таких нелокальных структур в физику приводит к некоторым концептуальным трудностям, связанным с измерениями точек струны, внутренней динамикой, релятивистской причинностью и т.д. Струны чужды геометрии пространства-времени и сведение струн к свойствам пространства-времени является нетривиальной задачей.

Обобщения же теории струн не изменяют физической природы струн. Все они приводят к теории струн на некоторой стадии и мы будем иметь прежние струны как нелокальные объекты в пространстве.

2. Что такое термоструна?

Матрица плотности $\rho(\mathbf{r}, \Delta\beta)$ для нерелятивистской частицы при конечной температуре $kT = 1/\Delta\beta$, после факторизации $\Delta\beta = \beta - \beta_0$, может быть представлена как амплитуда перехода $\rho(\mathbf{r}, \beta; \mathbf{r}_0, \beta_0)$ для чистого состояния $\psi_i(\mathbf{r}, \beta)$ в пространственно-температурном многообразии (\mathbf{r}, β) [4]:

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0; \Delta\beta) &= \sum_i \exp(-E_i \Delta\beta) \psi_i(\mathbf{r}) \psi_i^*(\mathbf{r}_0) = \\ &= \sum_i \psi_i(\mathbf{r}, \beta) \psi_i^*(\mathbf{r}_0, -\beta_0) = \rho(\mathbf{r}, \beta; \mathbf{r}_0, -\beta_0) \end{aligned} \quad (1)$$

где $\Delta\beta = \beta - \beta_0$, E_i - энергия частицы, \mathbf{r} - пространственные координаты (d -мерные). Здесь волновые функции $\psi_i(\mathbf{r}, \beta)$ - чистые состояния частиц с гамильтонианом H в (\mathbf{r}, β) -многообразии:

$$\psi_i(\mathbf{r}, \beta) = \exp(-H\beta) \psi_i(\mathbf{r}), \quad (2)$$

$$\psi_i^*(\mathbf{r}, \beta) = \psi_i^*(\mathbf{r}) \exp(H\beta),$$

$$\int \psi_i^*(\mathbf{r}, \beta) \psi_j(\mathbf{r}, \beta) d\mathbf{r} = \delta_{ij}. \quad (3)$$

и:

$$\psi_i(\mathbf{r}, \beta) = \int d\mathbf{r}_0 \rho(\mathbf{r}, \beta; \mathbf{r}_0, \beta_0) \psi_i(\mathbf{r}_0, \beta_0), \quad (4)$$

Статсумма $Z(\Delta\beta)$ определена как:

$$Z(\Delta\beta) = \int d\mathbf{r} \rho(\mathbf{r}, \beta; \mathbf{r}_0, \beta_0) |_{\mathbf{r}(\beta)=\mathbf{r}(\beta_0)}. \quad (5)$$

Здесь параметр эволюции по (обратной) температуре β можно рассматривать как геометрическую размерность физического многообразия в дополнение к пространству и времени. Здесь β безгранично $-\infty \leq \beta \leq \infty$, но интервалы $\Delta\beta$ ограничены условием $0 \leq \Delta\beta \leq 1/kT$.

Матрица плотности как амплитуда перехода при β -эволюции может быть представлена через бесконечный набор промежуточных состояний [4]:

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{r}, \beta; \mathbf{r}_0, \beta_0) = & \int d\mathbf{r}(\beta_1) \dots d\mathbf{r}(\beta_n) \psi(\mathbf{r}, \beta) \psi^+(\mathbf{r}_n, -\beta_n) \psi(\mathbf{r}_n, \beta_n) \times \dots \\ & \dots \times \psi^+(\mathbf{r}_1, -\beta_1) \psi(\mathbf{r}_1, \beta_1) \psi^+(\mathbf{r}_0, -\beta_0) \end{aligned} \quad (6)$$

Мы можем переместить все $\psi_i(\mathbf{r}_k, \beta_k)$ на левую сторону и все $\psi_i^+(\mathbf{r}_k, -\beta_k)$ на правую сторону. Тогда можем образовать волновые функционалы Ψ_i, Ψ_i^+ как произведения бесконечного числа ($n \rightarrow \infty$) волновых функций частиц промежуточного состояния:

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{r}, \beta; \mathbf{r}_0, \beta_0) = & \int d\mathbf{r}(\beta_1) \dots d\mathbf{r}(\beta_n) \{\psi(\mathbf{r}, \beta) \psi(\mathbf{r}_n, \beta_n) \dots \psi(\mathbf{r}_1, \beta_1)\} \times \\ & \times \{\psi^+(\mathbf{r}_n, -\beta_n) \dots \psi^+(\mathbf{r}_1, -\beta_1) \psi^+(\mathbf{r}_0, -\beta_0)\} \\ = & \sum_{\mathbf{r}(\beta_0)}^{\mathbf{r}(\beta)} \int D\mathbf{r}(\beta') \Psi[\mathbf{r}(\beta'); \beta, \beta_0] \Psi^+[\mathbf{r}(\beta'); -\beta, -\beta_0]. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь $D\mathbf{r}(\beta)$ -мера интегрирования по путям. Волновой функционал Ψ описывает состояния температурного пути:

$$\Psi[\mathbf{r}(\beta'); \beta_n, \beta_1] = \psi(\mathbf{r}_n, \beta_n) \psi(\mathbf{r}_{n-1}, \beta_{n-1}) \dots \psi(\mathbf{r}_1, \beta_1), \quad (8)$$

$$\Psi^+[\mathbf{r}(\beta'); -\beta_n, -\beta_1] = \psi^+(\mathbf{r}_1, -\beta_1) \dots \psi^+(\mathbf{r}_{n-1}, -\beta_{n-1}) \psi^+(\mathbf{r}_n, -\beta_n),$$

$$\int D\mathbf{r}(\beta') \Psi_i^+[\mathbf{r}(\beta'); -\beta, -\beta_0] \Psi_j[\mathbf{r}(\beta'); \beta, \beta_0] = \delta_{ij} \quad (9)$$

Как видим, температурный путь точечные частицы (β -мировая линия) может быть представлен как некий одномерный физический объект в пространственно-температурном многообразии с волновым функционалом Ψ . Мы будем называть этот объект *термоструной* [2].

В общем случае волновой функционал Ψ должен быть симметрирован относительно перестановок точек температурных путей или термоструны. Эти перестановки зависят от типа статистики частиц в гиббсовском ансамбле (бозонный или фермионный) и они определяют тип статистики термоструны. В обычной теории струн такие перестановки невозможны, так как обычные струны трактуются как непрерывные одномерные объекты в физическом пространстве.

Эволюция во времени матрицы плотности может быть описана суммированием по всем поверхностям, которые замечаются каждым начальным температурным путём при временных сдвигах вплоть до каждого конечного температурного пути. Это обстоятельство позволяет нам вводить термострунное

представление квантовой статистики частиц или *термострунное квантование* частиц при конечных температурах.

Учитывая формулу эволюции во времени для волновых функций $\psi_i(\mathbf{r}, \beta)$:

$$\psi_i(\mathbf{r}, \beta, t) = \exp(-iHt) \psi_i(\mathbf{r}, \beta), \quad (10)$$

мы можем получить выражение для эволюции во времени для волнового функционала Ψ .

В (\mathbf{r}, β) -многообразии у нас есть $(d+1)$ -мерные координаты \mathbf{q} с компонентами (\mathbf{r}, β) . Производные во времени этих векторов есть пространственно-температурные скорости частиц. Они разделены на продольные и поперечные к температурным путям компоненты:

$$\begin{aligned} \partial \mathbf{q} / \partial t = \mathbf{v} = \mathbf{v}_\perp + \mathbf{v}_\parallel, \quad \mathbf{v}_\perp = \mathbf{v} - \mathbf{k}(\mathbf{q}'\mathbf{v}), \\ \mathbf{q}' = \partial \mathbf{q} / \partial \beta, \quad \mathbf{k} = \mathbf{q}' / \mathbf{q}'^2. \end{aligned} \quad (11)$$

У продольных компонент \mathbf{v}_\parallel также есть две части. Первая часть приводит к коллективному движению термоструны в целом с синхронными смещениями всех точек термоструны. В случае одиночной термоструны эти смещения могут быть исключены как нулевые моды. Вторая часть продольной скорости приводит к перестановкам точек термоструны, т.е. заменяет соседние точки. Эти перестановки не меняют энергию термоструны из-за неразличимости частиц в гиббсовском ансамбле. В обычной теории струн исключение \mathbf{v}_\parallel из функции Лагранжа является одной из трудностей теории [5], тогда как в случае термоструны это - естественный и необходимый процесс.

Итак, мы имеем следующее выражение для эволюции волнового функционала:

$$\Psi_i[\mathbf{q}(\bar{\beta}, t), \beta, \beta_0; t - t_0] = \exp \left[-\frac{i t}{\Delta \beta} \int_{\beta_0}^{\beta} d\beta' H(\mathbf{v}_\perp^2, \beta') \right] \Psi_i[\mathbf{q}(\beta'); \beta, \beta_0; t_0]. \quad (12)$$

Функция действия для термоструны имеет вид:

$$S[x] = -\frac{m}{\Delta \beta} \int d\beta dt \sqrt{1 - \mathbf{v}_\perp^2} \quad (13)$$

где $(d+2)$ -вектор x^μ имеет компоненты $x^\mu(\mathbf{q}, t) = x^\mu(\mathbf{r}, \beta, t)$. Можно показать, [5] что после введения параметров мировой поверхности τ, σ и подстановок:

$$\begin{aligned} t = t(\tau, \sigma), \quad d\beta = d\sigma \sqrt{x'^2}, \\ \dot{x}^\mu = \partial x^\mu / \partial \tau, \quad x' = \partial x / \partial \sigma, \\ dt d\sigma = \frac{\partial(t, \sigma)}{\partial(\tau, \sigma)} d\tau d\sigma = \dot{t} d\tau d\sigma, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\partial \mathbf{q} / \partial t = \dot{\mathbf{q}} / \dot{t}, \quad \partial \mathbf{q} / \partial \sigma = \mathbf{q}' - \dot{\mathbf{q}} \cdot (t' / \dot{t}),$$

это выражение приводит к действию Намбу-Гото для релятивистской термоструны:

$$S[x] = -\gamma \int d\sigma d\tau \sqrt{(\dot{x}x')^2 - \dot{x}^2 x'^2} \quad (15)$$

Здесь $\gamma = m / \Delta \beta$, σ и τ - координаты на мировой поверхности термоструны.

Мы видим, что в термострунном представлении квантовой статистики частиц имеет место репараметризационная симметрия $\sigma' = f(\sigma, \tau)$, $\tau' = \phi(\sigma, \tau)$,

такая же, как и в теориях струн. Это действие является полностью релятивистски-инвариантным, если $\Delta\beta$ и пределы интегрирования β инварианты. При обычных температурах это невозможно, но, например, если мы берём релятивистски-инвариантную температуру Планка T_p как критическую температуру термоструны с $\Delta\beta = 1/kT_p$, то придём к инвариантной функции действия.

Функция действия и условия периодичности $x^\mu(\sigma, \tau) = x^\mu(\sigma + \pi, \tau)$ приводят к уравнениям для $x_\mu(\sigma, \tau)$ с решениями:

$$\begin{aligned} x^\mu(\sigma, \tau) &= x_R^\mu(\sigma, \tau) + x_L^\mu(\sigma, \tau), \\ x_{R,L}^\mu(\sigma, \tau) &= \frac{1}{2}x_0^\mu + \frac{1}{2}l^2 p^\mu(\tau \mp \sigma) + \frac{i}{2} \sum_n \frac{1}{n} \alpha_{n,\pm}^\mu e^{-2in(\tau \mp \sigma)} \end{aligned} \quad (16)$$

где $n \neq 0$, x_0^μ , p^μ - константы, $l^2 = 1/\pi\gamma$. Тогда могут быть построены операторы для динамических переменных и они приводят к алгебре Вирасоро и к спектру состояний, идентичных со случаем закрытой бозонной струны. В случае фермионных частиц может быть получена фермионная термоструна с условиями периодичности для фермионных степеней свободы.

Мы можем описать эволюцию во времени интегрированием по поверхностям вдоль мировых поверхностей, которые термоструна заметает во времени. Результат идентичен с интегралом по поверхностям Полякова для закрытых струн.

3. Являются ли струны термострунами?

Пространственно-временные флуктуации на планковских расстояниях мы можем заменить температурной ванной с температурой Планка. Когда учитываем влияние этой температурной ванны на поведении частиц, мы приходим к термострунной схеме квантования. На планковских расстояниях частицы должны описываться как термоструны и мы можем интерпретировать суперструны как термоструны, то есть, как точечные частицы в планковской температурной ванне. Эта интерпретация сохраняет все достижения обычной теории струн и в то же самое время исключает основные концептуальных трудности, связанных с введением нелокальных объектов с неизмеримой свойственной структурой.

Интерпретация струн как термострун приводит к следующим следствиям общего характера:

1) Одно из измерений многообразия теории струн - это (обратная) температурное измерение и поэтому число измерений пространств равно $d = 8$, которое вместе со временем и температурной степенью свободы комбинируется в критическую размерность $D = d + 2 = 10$. Этот факт важен в компактификации шести измерений, которые могут быть представлены как $5+1$ (с 5 пространственных и 1 температурное).

2) В амплитудах струн для начальных и конечных состояний как наблюдаемые физические состояния могут появиться только закрытые струны.

3) Заряд частиц должен быть распределён вдоль термоструны.

Среди теорий суперструн только теории закрытых струн удовлетворяют этим условиям и мы можем заключить, что только суперструны ПА (в случае нейтральных частиц) и гетеротические струны (в случае заряженных частиц) [1] могут интерпретироваться как термоструны. Это означает, что термострунная интерпретация из семейства теорий струн выбирает только одну теорию для каждого типа частиц.

Взаимодействия термоструны мы можем описать одновременно на языках частиц, статистических ансамблей или струн. Факторизация одного статистического ансамбли в два подансамбли или слияние двух ансамблей в один являются физически более ясными и простыми процедурами, чем разрывание и склеивание твёрдых струн в обычной теории струн.

Мы можем выполнить также термострунное квантование физических струн как одномерных объектов в физическом пространстве и в результате получим теорию *термомембран*. Если мы выполним термострунное квантование физических р-бран, то мы получим теорию (р+1)-*термобран*, то есть, размерность начальных объектов теории увеличится на одну. При трактовке р-бран термострунное представление может быть комбинировано с методами М-теории, если одну из её 11 измерений интерпретировать как температурного.

Таким образом, термострунное квантование может быть простейшим и естественным путём для понимания модификации локальных теорий на планковских расстояниях и температурах.

Литература

1. Green M.B., Schwarz J.H., Witten E. (1987) *Superstring Theory*, Cambridge U.Press.
2. Закир З. (2010) *Теор. физ., астрофиз. и космол.* **5**, 1, 1; (1998) [arXiv:hep-th/9809170](https://arxiv.org/abs/hep-th/9809170)
3. Zakir Z. (Israilov) (1992) *On the Statistical Interpretation of String Theories*. In Proc.Int.Conf.Quantum Physics and The Universe, Tokyo, Aug.19-22, 1992; *Vistas in Astronomy* (1993) v.37 (1-4), p.277.
4. Feynman R.P., Hibbs A.R. (1965) *Quantum Mechanics and Path Integrals*. McG-H.
5. Barbashov B.M., Nesterenko V.V. (1987) *Model of Relativistic String in Hadron Physics* M.