Теоретическая физика, астрофизика и космология
Том **4**, N 2, с. 11 – 17, в1, 5 октября 2009
Электрон.: ТФАК: 3200-014 в2, 28 сентября 2012
ISSN 1991-3117; ISSN 1991-3907 (эл.)

DOI: 10.9751/TFAK.3200-014

Теория стохастического пространства-времени. 2. Квантовая теория относительности [1]

Захид Закир [2]

Аннотация

Стохастическая механика Нельсона получена как следствие основных физических принципов, таких как принцип относительности наблюдений и инвариантности кванта действия. Унитарная группа квантовой механики представлена как преобразования систем возмущающих приборов. Показывается, что физическая природа пространства стохастична и что квантовая механика в формулировке Нельсона правильно описывает эту стохастичность.

PACS: 04.20.Cv, 03.65.Ta, 05.40.Jc, 04.62.+v
Ключевые слова: стохастическая механика, квантовые флуктуации

Содержание

Введение 11
1. Канонические преобразования как преобразования невозмущающих приборов 12
2. Пространство-время в системах возмущающих приборов 12
3. Принцип относительности возмущающих наблюдений и преобразования СВП 13
4. Принцип постоянства кванта действия и коэффициент диффузии 14
5. Квантовый принцип эквивалентности 16
Литература 17

Введение

Физическое описание основано на анализе результатов наблюдений, однако законы физики не должны зависеть от методов наблюдений и выбора наблюдателя. Это условие далее будем называть *принципом относительности наблюдений* и будем рассматривать как общий принцип, которому должны удовлетворять все физические теории. В статье мы рассмотрим некоторые процедуры измерений и математические структуры, через которые этот общий принцип проявляется в классической и квантовой физике.

В частности, показывается, что канонические преобразования гамильтоновой динамики в некоторых случаях описывают преобразования систем невозмущающих приборов, тогда как унитарные преобразования гильбертового пространства состояний в квантовой физике могут быть представлены как преобразования систем возмущающих приборов. Это означает, что в качестве первых принципов квантовой механики можно взять такие физические принципы как принцип относительности к средствам наблюдений и инвариантности фундаментальных констант - скорости света c и кванта действия $\hbar$ [1], которые приводят к стохастической геометрии физического пространство-времени.

---

1 Препринт статьи была представлен в 1999 (исправлен в 2003): Zakir Z. (1999) *arXiv*:hep-th/9901013.

2 *Центр теоретической физики и астрофизики,Ташкент Узбекистан*, zahidzakir@theor-phys.org

В предыдущей статье [2] были рассмотрены некоторые следствия стохастической трактовки гравитации. В данной статье будет показано, что эта трактовка может быть выведена из общих физических принципов.

1. Канонические преобразования как преобразования систем невозмущающих приборов

В классической физике системы координат строятся с использованием систем приборов, позволяющих измерить полный набор динамических переменных системы около каждой точки пространства. При этом неявно предполагается, что основные уравнения физики не зависят от выбора систем *невозмущающих приборов*. Мы назовём это утверждение *принципом относительности невозмущающих наблюдений* (PRUO).

Если в одной системе невозмущающих приборов объект описан полным набором динамических переменных - обобщённых координат и импульсов (q, p), а в другой системе - другим набором координат и импульсов (P, Q) при прочих равных условиях, то согласно этому принципу уравнения движения не должны зависеть от перехода от первой пары переменных ко второму.

Мы видим, что определение преобразований систем невозмущающих приборов фактически сводится к каноническим преобразованиям определённого вида. Поэтому мы можем полагать, что *каноническая инвариантность уравнений движения классической физики в определённых условиях есть выражение принципа относительности невозмущающих наблюдений.* Эта трактовка позволяет описывать состояния механических объектов посредством систем невозмущающих приборов в фазовом пространстве с симплектической структурой, где принцип относительности невозмущающих наблюдений представлен через каноническую группу симметрии.

С этой точки зрения *применимость гамильтоновой динамики* к различным физическим структурам может быть частично свидетельством того, что их динамические переменные могут быть измерены системой невозмущающих приборов или их можно привести к таким переменным. Эта интерпретация частично объясняет также универсальность гамильтоновых структур не только в классической механике, но также и в других областях физики.

2. Пространство-время в системах возмущающих приборов

Существование кванта действия, равной постоянной Планка $\hbar$, требует расширения принципа относительности наблюдений к *системам возмущающих приборов* (СВП). Далее мы убедимся, что такое расширение возможно и, кроме того, что квантовую теорию можно рассмотреть как её результат. Здесь мы рассмотрим изменение структуры пространства и времени в СВП.

Пусть у нас есть система возмущающих приборов как совокупность классически описываемых средств наблюдения около каждой точки евклидова пространства. Пусть в процессе измерений координат и времён классических частиц малой массы, частицы многократно рассеиваются приборами во многих точках их траекторий. Тогда в пределе малых промежутков времени между измерениями траектории *таких частиц будут подобны броуновским траекториям* и классическая механика должна быть заменена теорией броуновского движения. Система возмущающих приборов здесь играет роль окружающей среды с некоторым коэффициентом диффузии и наблюдаемые должны быть определены в статистическом ансамбле измерений. Вместо определённых координат и импульсов частиц здесь мы имеем дело с плотностями вероятностей и вероятностями переходов.

Известны два вида броуновских процессов - *недиссипативная* (*нельсоновская*) *диффузия* [3,4] и обычная *диссипативная диффузия*. Примеры систем возмущающих приборов с диссипативной диффузией – это камера Вильсона и пузырьковые камеры, в которых высокоэнергетическая частица взаимодействует с атомами среды вдоль траектории и теряет энергию.

В нельсоновской диффузии энергия ансамбля частиц сохраняется и уравнения *диффузии обратимы во времени*, в противоположность необратимой диссипативной диффузии. Здесь мы рассмотрим построение таких консервативных систем приборов, в которых движение частиц есть нельсоновская диффузия [1]. Это - совокупность большого числа массивные экранов с очень большим числом щелей на каждом экране. Пусть каждая щель имеет массивные затворы, которые должны быстро открыть и закрыть щели в течение очень короткого промежутка времени. В процессе открытия и закрытия затворов пробные частицы рассеиваются на них. В результате при таких столкновениях энергия и импульс частиц могут изменяться в достаточно широких пределах, тогда как полная энергия и импульс массивных затворов и экранов не изменяются. Поэтому, поперечная компонента импульса и кинетическая энергия рассеивающихся на затворах частиц стохастические, но их средние значения остаются неизменными.

Здесь физическая причина консервативного поведения – это тот факт, что все элементы измерительных приборов как макроскопических объектов гораздо более массивные, чем пробные частицы. В таком соотношении масс столкновения классических частиц малой массы с очень массивными приборами можно считать абсолютно упругими (в системе покоя затвора). Сохранение энергии ансамбля частиц приводит к обратимости во времени их уравнений движений.

Таким образом, в СВП структура пространства-времени становится стохастической и геометрия пространства-времени от галилеева (или минковского) должна быть заменена стохастической геометрией. В диссипативном СВП это - стохастическое пространство-время с винеровской мерой и в недиссипативном СВП - пространство-время с мерой Нельсона.

3. Принцип относительности возмущающих наблюдений и преобразования СВП

В классической механике с невозмущающими приборами число экранов между двумя пространственными точками в траектории частицы несущественно. Однако если мы принимаем во внимание рассеяния частиц на экранах с движущимися затворами, тогда число столкновений становится существенным для распределения плотности вероятности таких наблюдаемых частиц в конце. При росте числа экранов N между начальными и конечными положениями интервалы времени между столкновениями частиц на соседних затворах уменьшаются и при $N \to \infty$ имеем $\Delta t \to 0$. Фактически, это есть ни что иное как *преобразование системы возмущающих приборов* и физически интересными переменными являются те, которые стремятся к конечным значениям при таком увеличении N.

Здесь мы рассмотрим именно такие преобразования СВП и некоторые условия, требуемые принципом относительности наблюдений. Ансамбль частиц в СВП описывается плотностью вероятности $\rho(\mathbf{x},t)$ и плотностью вероятности перехода $p(\mathbf{x}',t';\mathbf{x},t)$. Фактически, есть два семейства вероятностей перехода $p_{\pm}$, где $p_+(\mathbf{x},t;\mathbf{x}_0,t_0)$, описывает вероятность прямого во времени перехода $t>t_0$, тогда как $p_-(\mathbf{x},t;\mathbf{x}_0,t_0)$ описывает вероятность обратного во времени перехода при $t<t_0$. Ясно, что в консервативной диффузии оба типа должны входить в симметричной форме. В частном случае кинематики Нельсона эти два типа вероятностей перехода можно привести к одной функция $S(\mathbf{x},t)$ и коэффициенту диффузии ν [3] (см. также обзор [4]).

Каждая СВП отличается от другого только вероятностями перехода $p_\pm(\mathbf{x},t;\mathbf{x}_0,t_0)$, описывающими временную эволюцию $\rho(\mathbf{x},t)$. Для $\rho(\mathbf{x},t)$ в первом СВП имеем:

$$\rho(\mathbf{x},t)=\int p_\pm(\mathbf{x},t;\mathbf{x}_0,t_0)\rho(\mathbf{x}_0,t_0)\,d\mathbf{x}_0, \tag{1}$$

Здесь ρ' и $p'_\pm$ преобразуются как:

$$\rho'(\mathbf{x},t)=B(\mathbf{x},t)\rho(\mathbf{x},t)=(1+\delta B)\rho=\rho+\delta\rho, \tag{2}$$

$$\begin{gathered} p'_\pm(\mathbf{x},t;\mathbf{x}_0,t_0)=B(\mathbf{x},t)p_\pm(\mathbf{x},t;\mathbf{x}_0,t_0)B^{-1}(\mathbf{x}_0,t_0)= \\ =p_\pm+(\delta B\cdot p_\pm-p_\pm\cdot\delta B_0)=p_\pm+\delta p_\pm, \end{gathered} \tag{3}$$

где $B(\mathbf{x},t)$ - оператор преобразования $\rho(\mathbf{x},t)$ при изменении СВП.

Условия сохранения вероятностей:

$$\int\rho(\mathbf{x},t)\,d\mathbf{x}=\int\rho'(\mathbf{x},t)\,d\mathbf{x}=\int B(\mathbf{x},t)\rho(\mathbf{x},t)\,d\mathbf{x}=1, \tag{4}$$

для малых вариаций дают:

$$\int\delta\rho(\mathbf{x},t)\,d\mathbf{x}=0, \tag{5}$$

$$\int\delta B(\mathbf{x},t)\rho(\mathbf{x},t)\,d\mathbf{x}=\langle\delta B\rangle=0, \tag{6}$$

так как при таких локальных деформациях изменяются только пространственные распределения $\rho(\mathbf{x},t)$ и δB.

Скорости и коэффициенты диффузии частиц в СВП определены как условные математические ожидания:

$$\int d\mathbf{x}_0\,p_\pm(\mathbf{x},t;\mathbf{x}_0,t_0)(\mathbf{x}-\mathbf{x}_0)=\pm\mathbf{b}_\pm(\mathbf{x},t)\Delta t, \tag{7}$$

$$\int d\mathbf{x}_0\,p_\pm(\mathbf{x},t;\mathbf{x}_0,t_0)(x_i-x_{i0})(x_j-x_{j0})=\pm 2n_\pm(\mathbf{x},t)\delta_{ij}\Delta t, \tag{8}$$

которые меняются при преобразованиях СВП как:

$$\lim_{\Delta t\to 0}\int d\mathbf{x}_0\,B(\mathbf{x},t)p_\pm(\mathbf{x},t;\mathbf{x}_0,t_0)B^{-1}(\mathbf{x}_0,t_0)(\mathbf{x}-\mathbf{x}_0)=\pm\mathbf{b}'_\pm(\mathbf{x},t)dt, \tag{9}$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\int d\mathbf{x}_0\,B(\mathbf{x},t)p_\pm(\mathbf{x},t;\mathbf{x}_0,t_0)B^{-1}(\mathbf{x}_0,t_0)(x_i-x_{i0})(x_j-x_{j0})=\pm 2n'_{ij\pm}(\mathbf{x},t)dt. \tag{10}$$

4. Принцип постоянства кванта действия и коэффициент диффузии

Согласно классической механике могут быть построены СВП с произвольно малыми возмущениями и для классической частицы, наблюдаемой СВП, для бесконечно малых временных интервалов условное математическое ожидание функции действия $\Delta A_\pm$ стремится к нулю:

$$\lim_{\Delta t\to 0}\int d\mathbf{x}_0\,p_\pm(\mathbf{x},t;\mathbf{x}_0,t_0)\Delta A_\pm(\mathbf{x},t,\mathbf{x}_0,t_0)=0, \tag{11}$$

что означает:

$$\lim_{\Delta t\to 0}\int d\mathbf{x}_0 p_\pm(\mathbf{x},t;\mathbf{x}_0,t_0)\left[\frac{m\left(\mathbf{x}-\mathbf{x}_0\right)^2}{\pm\Delta t}\right]=0. \qquad (12)$$

Так как классическая механика не является точной теорией для микроскопических явлений, в общем случае необходимо принять во внимание существование кванта действия (постоянной Планка) $\hbar$, который должен быть *инвариантным при преобразованиях СВП.* Последнее утверждение мы будем называть *принципом постоянства кванта действия* [1]. В частности, если условное математическое ожидание $\Delta A_\pm$ равно $\hbar$ одном из СВП, то оно должно быть равно $\hbar$ во всех других СВП. Итак, мы имеем выражение:

$$\lim_{\Delta t\to 0}\int d\mathbf{x}_0 p_\pm(\mathbf{x},t;\mathbf{x}_0,t_0)\left[\frac{m\left(\mathbf{x}-\mathbf{x}_0\right)^2}{\pm\Delta t}\right]=\hbar, \qquad (13)$$

или в СВП преобразованном виде:

$$\lim_{\Delta t\to 0}\int d\mathbf{x}_0 B(\mathbf{x},t)\, p_\pm(\mathbf{x},t;\mathbf{x}_0,t_0)B^{-1}(\mathbf{x}_0,t_0)\left[\frac{m\left(\mathbf{x}-\mathbf{x}_0\right)^2}{\pm\Delta t}\right]=\hbar. \qquad (14)$$

Мы видим, что, как следствие этого принципа, условное математическое ожидание $E[dA_\pm\,|\,\mathbf{x}(t)]$ при $\Delta t\to 0$ не обращается в нуль. В результате мы получаем СВП ковариантную формулу для среднеквадратических отклонений координат частиц при столкновениях с приборами СВП:

$$\lim_{\Delta t\to 0}\int d\mathbf{x}_0 p'_\pm(\mathbf{x},t;\mathbf{x}_0,t_0)\left(\mathbf{x}-\mathbf{x}_0\right)^2=\pm\frac{\hbar}{m}dt=\pm 2\nu dt, \qquad (15)$$

где коэффициент диффузии $\nu=\hbar/2m$ оказался точно таким, как в стохастической переформулировке квантовой механики Нельсоном [3]. Но в стохастической механике значение коэффициента диффузии было приравнено $\nu=\hbar/2m$ «руками», тогда как настоящей трактовке эта формула непосредственно следует из физически ясных первых принципов.

Так как для СВП с таким инвариантным коэффициентом диффузии $n'_{ij\pm}=\pm 2\nu\delta_{ij}$ осмотические скорости $\mathbf{u}=(\mathbf{b}_+-\mathbf{b}_-)/2$ могут быть выражены через $\rho(\mathbf{x},t)$, то преобразования СВП можно свести только к преобразованиям $\rho(\mathbf{x},t)$ и $\mathbf{v}=(\mathbf{b}_++\mathbf{b}_-)/2$:

$$\delta\mathbf{u}=\nu\delta\left(\frac{\nabla\rho}{\rho}\right), \qquad (16)$$

$$\delta\mathbf{v}=\frac{1}{m}\nabla(\delta S), \qquad (17)$$

где некоторая $S(\mathbf{x},t)$ функция, введённая вместо $\mathbf{v}(\mathbf{x},t)$ с помощью выражения:

$$m\mathbf{v}=\nabla S, \qquad (18)$$

и которая может быть получена из начальной функции Лагранжа путём неких преобразований СВП [6].

Итак, у нас есть функциональное «фазовое пространство» с канонической парой (ρ,S) для движения частицы в СВП и соответствующая алгебра наблюдаемых [7], которые в точности эквивалентны гильбертовому пространству состояний и алгебре операторов обычной квантовой механики.

5. Квантовый принцип эквивалентности

В рассмотренном в предыдущем разделе коэффициенте диффузии СВП $\nu_d = \hbar / 2m_{in}$ параметр массы является инертной массой m_{in}, определённой кинетическим членом функции действия при описании рассеяния частиц в СВП.

В стохастической механике Нельсона мы также имеем дело с коэффициентом диффузии $\nu_s = \hbar / 2m_{in}$ с той же самой инертной массой. Здесь классическая пробная частица с инертной массой m_{in} свободно движется в стохастическом пространстве и процесс представляет собой движение по инерции в форме консервативной диффузию в некотором фоне.

В квантовой механике, переписанной с точки зрения стохастических процессов, мы имеем дело с эффективным коэффициентом диффузии $\nu_q = \hbar / 2m_q$, где m_q некоторый параметр массы, «квантовая диффузионная масса» [8], определяющий флуктуации координат квантовых частиц в плоском и гладком галилеевом пространстве и времени. Как показал анализ данных по лэмбовскому сдвигу, квантовая диффузионная масса m_q с очень высокой точностью равна инертной массе [8]:

$$(m_{in} - m_q) / m_{in} \leq 10^{-13}. \tag{19}$$

Поэтому, два вида масс частицы равны друг другу:

$$m_{in} = m_q, \tag{20}$$

и этот факт очень важен для понимания геометрической природы квантовых явлений.

Во-первых, это означает эквивалентность движения классической частицы в СВП на фоне обычного гладкого пространства движению классической частицы в стохастическом пространстве с невозмущающими приборами. Этот факт означает также эквивалентность переходу в СВП и квантовомеханического описания (квантование) движения классической частицы.

Мы можем продемонстрировать это местоположение в простом двух-щелевом эксперименте. Пусть у нас есть источник и детектор частиц, и между ними есть экран с двумя щелями. Пусть частицы, испускаемые источником и проникшие через щели, были зарегистрированы детекторами. После многократного повторения эксперимента наблюдатель получает интерференционную картину на детекторах. Наблюдатель, у которого есть только фотопластинка с интерференционной картиной, не сможет найти отличия трёх интерпретаций:

а) Пространство является пустым и *евклидовым*, но *у частиц есть «квантовые» свойства* (волновая функция), приводящая к интерференции. Это - *квантовомеханическая* интерпретация;

б) Пространство является пустым и *стохастическим* и движение классических частиц на этом фоне приводит к интерференции. Это - интерпретация стохастической механики;

с) Пространство является гладким и евклидовым, но *оно не пустое* и имеется большое число приборов, расположенных около каждой точки пространства. Классические частицы взаимодействуют с этой средой приборов и, как результат, наблюдатель детектирует интерференцию. Эта - трактовка, основанная на мысленном эксперименте, иллюстрирующем принцип относительности наблюдений.

Далее мы будем называть этот факт квантовым *принципом эквивалентности* [1]. Можем ли мы заключить из этих утверждений, что квантовая механика есть стохастическая геометрия пространства-времени и что стохастическая механика является истинной физической формулировкой квантовой механики? *Действительно ли физическое пространство-время является стохастическим?*

Для ответа на эти вопросы уместно вспомнить аналогию с эйнштейновским обоснованием геометрической природы гравитации. От равенства инертной и гравитационной масс в общей теории относительности следует неразличимость для наблюдателя трёх трактовок в объяснении ускорения пробной частицы:

а) пространство-время является евклидовым, система отсчёта является инерциальной, но *имеется поле тяготения* с потенциалом ϕ (полевая трактовка);

б) *пространство-время является римановым*, система отсчёта (локально) инерциальной и нет гравитационного поля (геометрическая трактовка);

с) пространство-время является евклидовым в глобальной инерциальной системе отсчёта, но *система отсчёта наблюдателя ускорена* и нет гравитационного поля (кинематическая трактовка).

После анализа этих ситуаций в общей теории относительности была создана геометрическая теория гравитации. Аналогично, мы можем заключить, что квантовый принцип эквивалентности позволяет нам обосновать стохастическую геометрическую версию квантовой механики.

Итак, квантовая механика есть не что иное, как стохастическая геометрия пространства-времени и этот факт имеет очень важное следствие в виде объяснения *гравитации как неоднородности квантовой диффузии* [2].

Литература

1. Zakir Z. Israilov (1987) *A Generalized principle of relativity as foundation of the theory of stochastic space and time.* Prep. PTI-43-87-FVE, Tashkent.
2. Zakir Z. (2009) *Theor. Phys., Astrophys. and Cosmol.*, **4**, No 1, 1; doi: 10.9751/TPAC.3000-012; (1998) arXiv:hep-th/9812254.
3. Nelson E. (1966) *Phys.Rev*., **150**, p. 1079.
4. Blanchard Ph., Combe Ph., Zheng W. (1987) *Mathematical and physical aspects of stochastic mechanics.* Lect.Not.Phys., **281**, 171 p.
5. Feynman R.P., Hibbs A.R. (1965) *Quantum mechanics and path integrals.*, N.Y.
6. Guerra F., Morato L. (1983) *Phys.Rev*. **D 27**, p.1774.
7. Guerra F, Marra R. (1983) *Phys.Rev*. **D 28**, p. 1916.
8. Smolin L. (1986) *Phys.Lett*. **113A**, p. 408.