Теоретическая физика, астрофизика и космология
Том **3**, N 3, с. 17 – 37, в1, 29 августа 2008
Электрон.: ТФАК: 2798-011 в2, 28 сентября 2012
ISSN 1991-3117; ISSN 1991-3907 (эл.)

DOI: 10.9751/TFAK.2798-011

Недиссипативная диффузия в классических и квантовых системах

Захид Закир [1]

Аннотация

Теория недиссипативной диффузии построена на примере диффузии лёгкой частицы в разрежённой среде из тяжёлых частиц и показано, что в таких малодиссипативных системах есть эффекты недиссипативности, аналогичные квантовым эффектам. В области недиссипативности средняя энергия лёгкой частицы сохраняется и процессы описываются двумя нелинейными уравнениями диффузии с производными вперёд-назад во времени. Эти два уравнения диффузии при линеаризации дают одно линейное уравнение Шредингера для комплексной амплитуды вероятностей. В результате при недиссипативной классической диффузии *складываются* амплитуды вероятностей и имеет место принцип суперпозиции для амплитуд. Среднеквадратичная длина свободного пробега и среднеквадратичный импульс определяют элементарный фазовый объём и коэффициент диффузии, а также связаны соотношениями неопределённостей. Показано, что формализм квантовой механики описывает классическую недиссипативную диффузию с постоянным коэффициентом диффузии, а сама квантовая механика есть лишь частный случай, когда элементарный фазовый объём универсален и равен постоянной Планка.

PACS: 02.50.Ey, 03.65.Ta , 05.40.Jc,

Ключевые слова: стохастические процессы, квантовая механика, броуновское движение

Содержание

[1] *Центр теоретической физики и астрофизики,Ташкент Узбекистан*, zahidzakir@theor-phys.org

Введение

Микроскопический механизм обычной *диссипативной* диффузии основан на модели случайного блуждания *большой массивной частицы* в среде из многих хаотически движущихся *малых и лёгких частиц* [1], когда роль диссипации энергии диффундирующей частицы существенна.

В теории случайных процессов и в теории конденсированных состояний приближённо *недиссипативная* диффузия рассматривалась просто как частный случай диссипативной диффузии, поскольку считалось, что малость диссипации вряд ли ведёт к принципиально новым эффектам.

В данной статье рассматривается диффузия в классических системах с *малой диссипацией* энергии и показывается, что механизм такой диффузии существенно отличается от механизма, характерного для диссипативной диффузии и в первом приближении, когда пренебрегается диссипацией, в таких системах возникают качественно новые эффекты. Это связано с тем, что микроскопический механизм *недиссипативной диффузии* основан на модели случайного блуждания *малой лёгкой частицы* в *разрежённой* среде из многих хаотически движущихся *массивных частиц.* На участке свободного пробега траектория лёгкой частицы *гладкая* и далее она сталкивается только с *отдельными* тяжёлыми частицами среды. Поскольку эти столкновения *упругие* и *отдача мала*, средняя энергия лёгкой частицы сохраняется на протяжении многих столкновений и в этой *области недиссипативности* диффузию можно считать приблизительно недиссипативной.

Существование участков свободного пробега, где траектория гладкая, а также *статистическая обратимость* процесса из-за *сохранения средней энергии* диффундирующей частицы ведёт к двум нелинейным уравнениям для симметричного во времени диффузионного потока. Эти уравнения линеаризуются при переходе к одной комплексной *амплитуде* вероятности. В результате, изменяется закон сложения вероятностей и окажется, что при недиссипативной диффузии имеет место закон *сложения амплитуд вероятностей* как в квантовой механике.

Этот факт придаёт теории недиссипативной диффузии особую важность, так как ещё Феньес [2] и Нельсон [3] открыли, что квантовая механика в действительности есть теория недиссипативной диффузии в физическом вакууме классической частицы массы m с фиксированным коэффициентом диффузии $\nu = \hbar / 2m$.

Понятие недиссипативной диффузии, конечно, следует понимать как идеализацию, подобно понятиям идеального газа или точечной частицы. В смеси из двух идеальных газов диффузия газа из *тяжёлых* атомов в газе из *лёгких* атомов есть простейшая модель диссипативной диффузии, тогда как в обратном случае диффузии *лёгкого* газа в *тяжёлом* [1] в первом приближении имеют место эффекты недиссипативной диффузии.

Первая теория, основанная на недиссипативной диффузии, появилась лишь в связи со стохастической трактовкой квантовой механики [2-4]. Нельсону удалось вывести уравнение Шредингера и закон сложения амплитуд вероятностей из гипотезы о недиссипативном броуновском движении классических частиц в физическом вакууме. Этот подход, названный стохастической механикой, фактически решил проблему интерпретации квантовой механики и развивался во многих публикациях [4].

Тем не менее, как стохастическая трактовка квантовой механики, так и найденная при этом кинематика и динамика недиссипативной диффузии не были широко восприняты и не стали частью действующей парадигмы. Это связано, в основном, с двумя проблемами при формулировке этого подхода.

Первая проблема состояла в том, что сам вывод формализма недиссипативной диффузии как гибрида прежних двух (Эйнштейна-Смолуховского и Ланжевена-Орнстейна-Уленбека) выглядел искусственным и изначально содержал внутреннее противоречие. Нельсон рассматривал среду с *очень большим трением*, когда координаты броуновской частицы стохастичны и надеялся, что в этой сильно диссипативной среде возможна *консервативная* (сохраняющая среднюю энергию) диффузия, что в классических системах, очевидно, нереализуемо. Поэтому долго не удавалось указать пример недиссипативной диффузии в классических системах, где можно было бы продемонстрировать и изучать необычные свойства нового вида диффузии, приписываемые квантовым системам [4].

Эта проблема стохастической механики была решена лишь в 1987 г. когда был приведён пример недиссипативной диффузии в чисто классической системе [5]. Рассматривались эффекты интерференции в ансамбле из классических частиц в мысленном эксперименте с *прохождением классической частицы малой массы через систему многих экранов со многими щелями и затворами*. Столкновения с быстро открывающимися и закрывающимися затворами приводят к случайным изменениям импульса и энергии частицы, а упругость столкновений ведёт к сохранению её средней энергии. Если Нельсон пытался выйти за пределы теории диссипативной диффузии, продолжая рассматривать *большую* частицу в *плотной* среде с *очень большим трением*, то в [5], наоборот, рассматривалась диффузия *малой* частицы в *разрежённой* среде из *больших* тел, когда *трение мало* и траектория состоит из кусков классических траекторий.

Второй недостаток стохастической механики был в том, что не удавалось предсказать новых наблюдаемых эффектов. Это было преодолено в 1999 г. когда была предложена *диффузионная трактовка гравитации* [6]. С одной стороны, движение пробной частицы в плоском пространстве-времени с неоднородным коэффициентом диффузии эквивалентно её движению в искривлённом пространстве-времени с однородным коэффициентом диффузии [4]. С другой стороны, концентрация в флуктуирующей среде многих классических частиц изменяет состояние среды и ведёт к неоднородности коэффициента диффузии. В результате, пробные частицы дрейфуют к месту с малым коэффициентом диффузии, а собственные времена частиц, связанные с интенсивностью их флуктуаций, замедляются.

Способность объяснить единым образом как квантовые явления, так и гравитацию означает, что стохастическая механика со временем может стать основой более фундаментальной теории, объединяющей квантовую механику и общую теорию относительности.

В первой части настоящей статьи формулируется микроскопическая теория недиссипативной диффузии в классических системах. Во второй части приводятся примеры классических систем с приблизительно недиссипативной диффузией и обсуждаются *аналоги квантовых эффектов* в них (*квазиквантовые* эффекты). В третьей части 3 даётся обоснование стохастических трактовок квантовых явлений.

1. Микроскопическая теория недиссипативной диффузии

1.1. Микроскопический механизм недиссипативной диффузии

Микроскопический механизм процесса диффузии одних частиц в среде, состоящей из других частиц (атомов, молекул и т.д.), в общем случае заключается в случайных блужданиях диффундирующих частиц из-за соударений со множеством хаотически движущихся частиц среды. В зависимости от соотношения масс диффундирующих частиц и частиц среды, существуют два предельных случая, диффузионные процессы в которых качественно отличаются.

Микроскопический механизм *диссипативной* диффузии основан на модели движения *большой* и *массивной* частицы в среде из *малых* и *лёгких* частиц. Простейшей реализацией такой модели является диффузия идеального газа из *тяжёлых* атомов в газе из *лёгких* атомов [1]. При этом предполагается, что диффундирующая частица: а) намного *больше по размерам* и *массивнее* частиц среды; б) в любой малый интервал времени *сталкивается* с *большим числом частиц* среды. При таком соотношении размеров и масс частиц среды и диффундирующей частицы, очень большого числа столкновений в любой интервал времени, диссипация энергии частицы велика и неизбежна.

Микроскопический механизм *недиссипативной* диффузии же основан на противоположном предельном случае диффузии *лёгких частиц малого размера* в *разрежённой* среде из многих *массивных* частиц. Далее рассматривая только такие классические системы, будем предполагать, что:

а) *длина свободного пробега* частиц в среде *намного больше размеров самих частиц*;

б) диффундирующая частица *сталкивается упруго* с *отдельными частицами* среды;

в) *масса* диффундирующей частицы *m намного меньше* масс частиц среды *M*, т.е. $m \ll M$.

Из этих свойств таких систем следует, что:

а) *между столкновениями* диффундирующая частица двигается по *гладким классическим траекториям*;

б) *потери энергии* лёгкой частицы в отдельных столкновениях *пропорциональны* m/M и незначительны: $\delta E \sim (m/M) \ll E$, так что в первом приближении ими можно пренебречь в достаточно большом числе столкновений $N \sim (M/m) \gg 1$;

в) пространственный размер L_{ND} и временной интервал t_{ND} *области недиссипативности*, где средняя энергия приближённо сохраняется, обратно пропорциональны отношению масс $L_{ND} \sim t_{ND} \sim M/m$.

При столкновениях с тяжёлыми частицами среды в системе покоя каждой молекулы меняется в основном направление скорости сталкивающейся с ней лёгкой частицы, а изменение величины её скорости незначительно. Но в лабораторной системе отсчёта, где покоится ящик с газом, флуктуации скорости диффундирующей частицы будут порядка тепловой скорости частиц среды и поэтому:

$$\delta v_D = V\sqrt{\frac{M}{m}} = \sqrt{\frac{6kT}{m}}\ , \tag{1}$$

где T - температура среды, а V - величина средней скорости частиц среды.

Далее учтём, что величины *флуктуаций* смещений частицы до и после каждого столкновения *независимы* и поэтому стохастическая компонента смещения есть *марковский процесс*, когда предшествующая история частицы «забывается». Поэтому, первоначальная кинетическая энергия ансамбля частиц есть только разовый вклад, который постепенно диссипирует, тогда как дрейфовые скорости и ускорения в основном определяются *регулярными и многократными* изменениями импульса частиц из-за воздействия внешнего поля между столкновениями.

Учёт вклада внешнего поля упрощается благодаря тому, что вся траектория диффундирующей частицы состоит из склеенных между собой *гладких* участков свободного пробега между столкновениями. В этом состоит *первое принципиальное отличие* механизма недиссипативной диффузии от механизма обычной диффузии, где таких участков нет и их приходится сглаживать искусственно.

При этих условиях *первоначальная* энергия лёгких атомов сохраняется на протяжении достаточно большого числа столкновений $n_D \sim M/m$. В отсутствии внешних сил этот участок траектории частицы есть $n_D l_D$ (l_D - длина свободного пробега лёгкой частицы) и соответствующий промежуток времени t_D назовём *областью недиссипативности*. Поэтому *средняя длина* классических участков траектории Δr_{cl} равна длине свободного пробега диффундирующих частиц l_D, а *средний временной интервал свободного пробега* равняется $\Delta t_{cl} = \Delta r_{cl} / v_D$, где v_D- *величина средней скорости свободного пробега* частицы.

В действительности энергия, получаемая частицей от внешних сил между столкновениями (на классических участках траектории), частично расходуется на *компенсацию потерь на диссипацию*. В этом случае, когда потери средней энергии частицы на диссипацию компенсируются вдоль направления ускорения внешней силы, мы имеем дело с *расширенной областью недиссипативности* вдоль этого направления. В таких *эффективно недиссипативных* системах, где внешнее поле полностью компенсирует потери на диссипацию, качественные отличия недиссипативности будут проявляться в чистом виде и во всём объёме системы.

Итак, *эффективную* среднюю энергию диффундирующей частицы, состоящей из энергии теплового движения и средней энергии, набираемой во внешнем поле между столкновениями *за вычетом потерь на диссипацию*, можно считать сохраняющейся. Тогда процесс статистически обратим и имеется симметрия относительно обращения времени. Поэтому в следующем разделе будет рассматриваться *кинематика* симметричного по времени диффузионного процесса уже без этих оговорок и уточнений микроскопического механизма такой диффузии.

Пусть лёгкая частица начинает диффундировать в разрежённой среде из более массивных частиц. Усредняя по ансамблю лёгких частиц в каждый момент времени *t* можно определить *среднюю длину* l_D, *среднее время* τ_D и *среднюю скорость* $v_D = l_D / \tau_D$ *свободного пробега.* Последняя связана со средним импульсом и кинетической энергией частицы обычным образом: $p_D = mv_D$, $E_D = mv_D^2/2$.

Ансамбль лёгких частиц находится не в обычном термодинамическом равновесии со средой, а в динамическом равновесии, когда средняя энергия лёгких частиц может существенно отличаться от энергии теплового движения, а l_D, τ_D могут зависеть от времени, а также от внешней силы.

Тем не менее, само существование классических участков траектории с выделенными средними характеристиками l_D, p_D есть принципиальное отличие рассматриваемой диффузии от обычной диффузии. В частности, из-за сохранения средней энергии частицы, можно ввести среднее значение укороченного действия S в интервале времени $t'-t = N\tau_D$, $N \gg 1$. Оно представляет собой сумму по коротким классическим участкам траекторий:

$$\Delta S = N\, S_D, \qquad S_D = p_D l_D, \tag{2}$$

где S_D- значение *элементарного укороченного действия* для среды, отделяющее *область классичности* траекторий от *области стохастичности*.

Однако, статистическая механика имеет дело не с функцией действия вдоль траекторий, а с элементом фазового объёма $\Delta\Gamma = \Delta p \Delta x$, где частица находится в интервале времени Δt. В нашем случае частицы в течении времени свободного пробега τ_D находятся в участке, равном длине свободного пробега l_D, имея средний импульс $p_D = ml_D/\tau_D$. Тогда для таких частиц возникает значение *элементарного фазового объёма*:

$$\Delta\Gamma = p_D l_D = \frac{ml_D^2}{\tau_D} = \Gamma_D, \tag{3}$$

которое совпадает с выделенным значением укороченного действия S_D и также отделяет область классичности траекторий от области стохастичности.

Поскольку Γ_D играет такую принципиальную роль, будучи *элементарным фазовым объёмом* для частиц, будет более естественным брать как первичную именно эту величину, а остальные кинематические и динамические характеристики системы выразить через неё. В частности, из (3) и определения коэффициента диффузии $l_D^2 = 2\nu\tau_D$ следует:

$$l_D^2 = \frac{\Gamma_D}{m}\tau_D = 2\nu\tau_D, \qquad \nu = \frac{\Gamma_D}{2m}, \tag{4}$$

т.е. коэффициент диффузии 2ν в нашей системе есть фактически элементарный фазовый объём Γ_D для частицы единичной массы.

1.2. Кинематика недиссипативной диффузии

Координаты частицы фиксируются через малые интервалы времени Δt, равные среднему времени пробега диффундирующей частицы между столкновениями в точках $\mathbf{x}(t-\Delta t)$, $\mathbf{x}(t)$ и $\mathbf{x}(t+\Delta t)$, когда её движение происходит по *классическим* траекториям. Все усреднения производятся не только по вероятностям перехода от события $\mathbf{x}(t)$ к семейству событий $\mathbf{x}(t+\Delta t)$ как в случае обычной диффузии, но и по вероятностям перехода от семейства событий $\mathbf{x}(t-\Delta t)$ к событию $\mathbf{x}(t)$.

Скорость дрейфа тогда определяется как:

$$\mathbf{b}_{\pm}(\mathbf{x}(t),t) = D_{\pm}\mathbf{x}(t) \equiv \lim_{\Delta t\to 0+} E_t \frac{\mathbf{x}(t\pm\Delta t)-\mathbf{x}(t)}{\pm\Delta t}. \tag{5}$$

В результате, из двух дрейфовых скоростей $\mathbf{b}_+$, $\mathbf{b}_-$, полученных усреднением по двум семействам случайных процессов, можно образовать *скорость дрейфа* $\mathbf{v}$ и *среднюю скорость флуктуаций* $\mathbf{u}$:

$$\mathbf{v} = \frac{1}{2}(\mathbf{b}_+ + \mathbf{b}_-), \quad \mathbf{u} = \frac{1}{2}(\mathbf{b}_+ - \mathbf{b}_-),$$
$$\mathbf{b}_+ = \mathbf{v}+\mathbf{u}, \qquad \mathbf{b}_- = \mathbf{v}-\mathbf{u}. \tag{6}$$

Скорость $\mathbf{v}$ в классическом пределе частицы с гладкой траекторией переходит в обычную скорость ньютоновской механики.

Смещения частицы тогда описываются стохастическими уравнениями:

$$d\mathbf{x}_{\pm}(t) = \mathbf{b}_{\pm}(\mathbf{x}(t),t)dt + d\mathbf{w}_{\pm}(t), \tag{7}$$

где $d\mathbf{w}_{\pm}(t)$ есть случайный процесс со свойствами:

$$\lim_{\Delta t\to 0+} E_t\left[\Delta\mathbf{w}_{\pm}(t)\right] = 0,$$
$$\lim_{\Delta t\to 0+} E_t\left[\Delta w^i_{\pm}(t)\Delta w^j_{\pm}(t)\right] = \pm 2\nu\,\delta^{ij}dt. \tag{8}$$

Плотность вероятности $\rho(x,t)$ нормирована:

$$\int \rho(\mathbf{x}(t),t)\,dx(t) = 1, \tag{9}$$

и удовлетворяет уравнению:

$$\partial\rho/\partial t = -\nabla\cdot(\mathbf{b}_{\pm}\rho) \pm \nu\,\Delta\rho, \tag{10}$$

Соответствующие вероятности перехода, определённые при $t'' > t > t'$ как:

$$\rho(\mathbf{x}(t),t) = \int p_-\left[x(t),t;x'(t'),t'\right]\rho\left(x'(t'),t'\right)dx(t'), \tag{11}$$

$$\int dx''(t'')\,\rho\left(x''(t''),t''\right)p_+\left[x''(t''),t'';x(t),t\right] = \rho\left(x(t),t\right), \tag{12}$$

удовлетворяют уравнению:

$$p_{\pm}\left[x(t''),t'';x'(t'),t'\right] = \int p_{\pm}\left[x(t''),t'';x(t),t\right]dx(t)\,p_{\pm}\left[x(t),t;x'(t'),t'\right]. \tag{13}$$

Усреднённые производные по времени от функций координат и времени $f(x(t),t)$, в соответствии с (5) и (8), определяются как:

$$D_{\pm}f(\mathbf{x}(t),t) = \left(\partial/\partial t + \mathbf{b}_{\pm}\cdot\nabla \pm \nu\Delta\right)f(\mathbf{x}(t),t). \tag{14}$$

Складывая два уравнения для плотности вероятности (10), получаем, с одной стороны, уравнение непрерывности:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla\cdot(\mathbf{v}\rho) = 0, \tag{15}$$

куда входит $\mathbf{v}(x(t),t)$. С другой стороны, вычитая уравнения (6) и (12), имеем:

$$\nabla\cdot(\mathbf{u}\rho) = \nu\nabla\cdot(\nabla\rho), \tag{16}$$

и далее получаем выражение *асимметричной по времени* (и флуктуирующей) части дрейфовой скорости $\mathbf{u}(\mathbf{x}(t),t)$ через ρ и ν:

$$\mathbf{u} = \nu\frac{\nabla\rho}{\rho} = \nu\nabla\ln\rho\,. \tag{17}$$

Среднее значение $\mathbf{u}$ равно нулю:

$$\bar{\mathbf{u}} = \int \mathbf{u}\,\rho\,dx = 0, \tag{18}$$

и эта флуктуирующая компонента скорости исчезает в пределе $\nu \to 0$.

Последнее свойство, вместе с (17) ведёт к *соотношению неопределённостей* (при $\bar{\mathbf{x}} = 0$) для флуктуирующей компоненты импульса $\mathbf{p}_u = m\mathbf{u}$:

$$\sqrt{\overline{(m\mathbf{u})^2} \cdot \overline{\mathbf{x}^2}} \ge \left|\overline{m\mathbf{u}\cdot\mathbf{x}}\right| = m\left|\int \mathbf{u}\cdot\mathbf{x}\,\rho\,dx\right| = m\nu\left|\int(\nabla\rho)\cdot\mathbf{x}\,dx\right| = m\nu. \tag{19}$$

Пользуясь уравнением непрерывности (15), далее получаем уравнение для временной эволюции $\mathbf{u}$:

$$\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t} = -\nu\nabla(\nabla\cdot\mathbf{v}) - \nabla(\mathbf{v}\cdot\mathbf{u}). \tag{20}$$

1.3. Динамика недиссипативной диффузии

Для перехода к *динамике* недиссипативной диффузии введём далее среднее дрейфовое ускорение частицы $\mathbf{a}(\mathbf{x}(t),t)$, определяемое как симметричное по обоим направлениям времени и связанное с внешней силой $\mathbf{F}$, *ввиду отсутствия сил трения*, законом Ньютона:

$$\mathbf{a} = \frac{1}{2}\left(D_- D_+ + D_+ D_-\right)\mathbf{x}(t) = \frac{1}{m}\mathbf{F}. \tag{21}$$

Это уравнение, записанное через скорости $\mathbf{v}$ и $\mathbf{u}$, приобретает вид:

$$\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} = \frac{1}{m}\mathbf{F} - (\mathbf{v}\cdot\nabla)\mathbf{v} + \frac{1}{2}(\mathbf{u}\cdot\nabla)\mathbf{u} + \nu\Delta\mathbf{u}. \tag{22}$$

Поскольку траектории диффундирующей частицы между столкновениями классические, то, также как и в гамильтоновой динамике, дрейфовая компонента импульса $\mathbf{p}_\mathbf{v} = m\mathbf{v}$ может быть представлена как градиент некоей функции координат и времени $S(x,t)$:

$$m\mathbf{v}(x,t) = \nabla S(x,t). \tag{23}$$

Тогда уравнение движения (22) и уравнение непрерывности (15), с учётом (17) и полагая $\mathbf{F} = -\nabla V$, могут быть записаны в виде:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \left(\frac{(\nabla S)^2}{2m} + V\right) - \frac{(2m\nu)^2}{2m}\frac{\Delta\sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}} = 0, \tag{24}$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{1}{m}\nabla\cdot(\rho\nabla S) = 0. \tag{25}$$

Это есть ни что иное, как известное «гидродинамическое» представление уравнения Шредингера, записанное Маделунгом ещё в 1926 г.

Первое уравнение отличается от уравнения Гамильтона-Якоби только последним, нелинейным относительно плотности вероятности членом. Но система уравнений (24)-(25) допускает линеаризацию путём канонического преобразования от пары действительных функций $\rho(x,t), S(x,t)$ к одной комплексной функции $\psi(x,t)$:

$$\psi(x,t) = \sqrt{\rho(x,t)}\exp\left[\frac{iS(x,t)}{2m\nu}\right]. \tag{26}$$

Тогда два уравнения (24)-(25) дадут одно уравнение для комплексной «волновой функции» $\psi(x,t)$:

$$i\left(2m\nu\right)\frac{\partial\psi}{\partial t}=H\psi \ , \tag{27}$$

где гамильтониан имеет вид:

$$H=-\frac{\left(2m\nu\right)^2}{2m}\Delta+V. \tag{28}$$

Это есть уравнение Шредингера, линейное относительно $\psi(x,t)$ и поэтому имеет место принцип суперпозиции для его решений:

$$\psi=c_1\psi_1+c_2\psi_2. \tag{29}$$

Учитывая соотношение $\rho=\left|\psi\right|^2$, видим, что при классической недиссипативной диффузии имеет место закон сложения *амплитуд* вероятностей. Физический смысл волнового поведения состоит в периодическом повторении вдоль траектории участков свободного пробегасо средней длиной l_D.

Таким образом, недиссипативная диффузия в классических системах при указанных вначале раздела условиях описывается нельсоновским формализмом, эквивалентным формализму квантовой механики.

2. Примеры недиссипативной диффузии в классических системах

2.1. Диффузия лёгкого газа в тяжёлом

Простейшим, хотя и тривиальным, примером недиссипативной классической системы является модель идеального газа. В этой модели:

а) между столкновениями атомы движутся по классическим траекториям;

б) столкновения отдельно взятого атома с другими упругие, и его средняя кинетическая энергия сохраняется.

Более содержательной реализацией недиссипативной классической системы с новыми эффектами является *смесь двух идеальных одноатомных газов*, когда *массы атомов смеси сильно различаются*, а концентрация лёгкой компоненты мала. Итак, при диффузии лёгкого газа в тяжёлом будем предполагать, что к выше приведённым условиям идеальности газов а) и б) добавляется третье условие о том, что:

в) *лёгкие* атомы массы *m* сталкиваются в основном только с *тяжёлыми* атомами массы *M* и при $m/M \ll 1$ *отдача очень мала*.

Кинетическая теория *диссипативной* диффузии *лёгкого* газа в *тяжёлом* была разработана Лоренцем [1] при предположениях, что смесь находится в термодинамическом равновесии, когда скорости лёгких атомов намного больше, чем тяжёлых и последние можно считать покоящимися. При этих упрощениях можно вычислить коэффициенты переноса, в том числе и коэффициент диффузии.

Для наших же целей пренебрегать случайными изменениями энергий частиц не обязательно, поскольку для отсутствия диссипации достаточно, если обмен энергией диффундирующих частиц со средой является уравновешенным. Хотя, при этом вычисление коэффициента диффузии усложняется, но можно воспользоваться результатами чисто координатного описания предыдущей части статьи для предсказания новых свойств и эффектов в системе, а коэффициент диффузии считать параметром, оцениваемым из теории газов и уточняемым из наблюдений.

Таким образом, в этой системе *первоначальная* энергия лёгких атомов сохраняется на протяжении достаточно большого числа столкновений $n_D \sim M / m$, поправки на небольшую диссипацию малы и порядка $\delta E \sim m / M$. В отсутствии внешних сил участок свободного пробега лёгкой частицы $n_D l_D$ (l_D - длина свободного пробега) за промежуток времени t_D и есть *область недиссипативности* в первом приближении.

Энергия же, получаемая частицей от внешних сил между столкновениями, также в среднем сохраняется за вычетом той части этой энергии, которая расходуется на *компенсацию потерь на диссипацию*. В случае, когда направление ускорения, создаваемого внешней силой, совпадает с направлением первоначального среднего импульса, можно добиться компенсации диссипации первоначальной энергии

В общем случае достаточно предполагать возможность *полной компенсации* средних потерь на диссипацию в направлении начального среднего импульса частицы наложением внешнего поля. Тогда в таких *эффективно недиссипативных* системах с *расширенной областью диссипативности* качественно новые свойства недиссипативной диффузии будут проявляться без искажений и во всём объёме системы.

Обычные явления при диффузии лёгких газов в тяжёлых при низких давлениях, когда длина свободного пробега сравнима с размерами сосуда, хорошо известны [1]. Поэтому рассмотрим в этих условиях только *принципиально новые* эффекты недиссипативности.

В обычных газах с тяжёлыми молекулами при диффузии атомов лёгких элементов область недиссипативности имеет размеры порядка $L_{ND} \sim (10^2 \div 10^3) l_D$, а время $t_{ND} \sim L_{ND} / \bar{v}$, где $\bar{v}$ - среднеквадратичная скорость лёгкого атома. Эти размеры и времена малы для газов в нормальном состоянии, но для разрежённых газов размеры сопоставимы с размерами экспериментальных установок, а времена достаточны для пролёта лёгких атомов на такие же расстояния.

При тепловом равновесии в лабораторной системе отсчёта флуктуации величин скоростей лёгких атомов порядка средней скорости молекул тяжёлого газа. Поэтому флуктуации энергий лёгких атомов имеет порядок:

$$\delta E \simeq \frac{1}{2} m \overline{V^2} = \frac{m}{M} \frac{1}{2} M \overline{V^2} = \frac{m}{M} \frac{3}{2} kT. \tag{30}$$

Поскольку при недиссипативной диффузии:

1) средняя энергия и средняя дрейфовая скорость лёгких атомов, а также дрейфовое ускорение определяются в основном внешним полем, то тонкий плоский слой лёгкого газа может войти в ёмкость с тяжёлым газом из одной перегородки и *покинуть её* (с определёнными потерями) из другой перегородки посредством *диффузионного механизма* (без образования течений в среде);

2) за время недиссипативности лёгкий газ не успевает прийти в полное тепловое равновесие с тяжёлым газом, то *зависимость диффузионного потока от температуры среды намного слабее*, чем при обычных равновесных условиях;

3) обычные свойства диффузионного потока лёгкого газа в тяжёлом связаны в основном с *разрежённостью* низкотемпературной среды (*низкие давления* или *низкие плотности*), то эффекты недиссипативности реализуются даже при достаточно *высоких температурах и плотностях* среды;

4) некоторые известные явления, специфичные для газов при очень низких давлениях можно будет *реализовать и при более высоких давлениях* с коэффициентом «повышения» давления $\sim M / m$;

5) складываются амплитуды вероятностей, то в распределении концентрации и диффузионном потоке лёгких атомов будут проявляться *волновые свойства* (*квазиквантовые* эффекты), определяемые коэффициентом диффузии;

Более детальное рассмотрение перечисленных эффектов будет приведено ниже и в последующих публикациях.

2.2. Недиссипативная диффузия нейтронов и лёгких атомов

Условия для реализации недиссипативной диффузии нейтронов в конденсированных средах из тяжёлых ядер являются с одной стороны более благоприятными, чем для диффузия атомов, поскольку рассеяние происходит на ядрах. Из-за малого сечения ядер и нейтронов длина свободного пробега должна быть большой только по сравнению с размерами ядер, что удовлетворяется почти всегда, кроме разве что нейтронных звёзд.

С другой стороны, для определённого вещества с достаточно тяжёлыми ядрами необходимо находить область энергий диффундирующих нейтронов, когда ионизационные потери не являются определяющими, а квантово-механическая длина волны достаточно мала, чтобы нейтроны можно было считать классической частицей. Область недиссипативности определяется числом столкновений $N_{(1)} \sim M_{(1)} / m_n \sim 10^2 \div 10^3$, когда отдача при рассеянии нейтрона на ядре передаётся только одному ядру.

Если же отдача передаётся молекуле или кластеру с *k* ядрами с общей массой $M_{(k)}$, то число столкновений в области недиссипативности может быть намного больше: $N_{(k)} \sim M_{(k)} / m_n \sim 10^3 \div 10^{2k}$.

И наконец, возможна передача отдачи при рассеянии нейтрона всему кристаллу с общей массой M, когда *область недиссипативности практически совпадёт с размерами кристалла*, поскольку столкновения на ядрах будут упругими с очень большой точностью. Это – эффект, обратный эффекту Мёссбауэра.

Итак, новыми эффектами недиссипативной диффузии барионов и лёгких ядер являются:

а) возможности *управлять потоками нейтральных частиц*, подбирая состав, плотность и температуру среды;

б) появление *эффекта, обратного эффекту Мёссбауэра* с макроскопическими участками недиссипативности;

в) в среде из тяжёлых элементов можно изучать возможности *доставки барионов и примесей лёгких элементов* в определённые участки с заданным распределением.

В рассматриваемых системах простота реализации условий для недиссипативности компенсируется существенно меньшими размерами и интервалами времени области недиссипативности по сравнению с диффузией атомов. Тем не менее, сам факт существования такой области может быть использован для многих технологических целей, оперирующих расстояниями молекулярных масштабов.

2.3. Недиссипативная диффузия электронов и ионов

В слабо ионизованном газе концентрации электронов и ионов малы, а число столкновений электронов друг с другом и с ионами намного меньше числа столкновений электронов с нейтральными молекулами. Если средняя энергия электронов, включая энергию, приобретаемую во внешнем поле, недостаточна для возбуждения или ионизации молекул, то столкновения электронов с молекулами в первом приближении упругие [1].

Кроме того, из-за малости отношения масс электронов m_e и молекул M энергия электрона при столкновении меняется несущественно и мы можем не учитывать скорости молекул.

При обычной диссипативной диффузии внешние поля приводят к движению свободных зарядов со скоростью, пропорциональной внешней силе с коэффициентом подвижности и ускорение зарядов незначительно. При недиссипативной же диффузии движение электронов во внешних электрическом и магнитном полях описывается уравнением движения, куда входит среднее дрейфовое ускорение $\mathbf{a}$:

$$m\mathbf{a} = e\mathbf{E} + \frac{e}{c}[\mathbf{vH}]. \tag{31}$$

В результате, эффекты недиссипативности будут проявляться в виде:

а) потока ускоренных электронов в электрическом поле и *роста силы тока* на выходе из-за более высокой дрейфовой скорости электронов;

б) в магнитном поле же проявятся эффекты, связанные со всё более *возрастающей круговой скоростью*;

в) особый интерес вызывают возможности теоретического моделирования процессов *малодиссипативной проводимости* в различных средах, приближающихся *к высокотемпературной сверхпроводимости* поскольку здесь прежние ограничения будут частично сняты и могут проявиться принципиально новые эффекты.

3. Аналоги квантовых эффектов в классических системах

3.1. Эффекты интерференции в классических системах

При недиссипативной диффузии имеет место закон сложения амплитуд вероятностей и принцип суперпозиции, что впервые было открыто в случае квантовых систем. Как теперь становится ясным, это свойство характерно для всех систем с недиссипативной диффузией.

Поэтому, в рассмотренных в первом разделе классических системах также будут проявляться последствия закона сложения амплитуд вероятностей, в частности, эффекты интерференции в распределении вероятностей.

При диффузии лёгких классических частиц в среде из тяжёлых в прямоугольном сосуде рассмотрим ансамбль тех лёгких частиц, которые начав диффундировать с левой стенки сосуда с постоянной дрейфовой скоростью v_x вдоль оси x, за данное время достигли правой стенки.

Далее проведём интерференционный опыт по обычной схеме, приводимой в учебниках квантовой механики, но имея дело с классически движущимися частицами, квантовомеханическая длина волны которых намного меньше, чем характерные размеры установки, а вместо постоянной Планка фигурирует коэффициент диффузии $\hbar \to 2m\nu$. Интерференционная картина при этом будет соответствовать волне вероятности с длиной волны:

$$\lambda = 2\pi \cdot \frac{2m\nu}{p_x} = 2\pi \frac{\Gamma_D}{p_x}. \qquad (32)$$

На первой и второй сериях опытов расположим посередине сосуда перегородку с узкой щелью сначала выше середины перегородки, а затем ниже середины. Тогда в распределении зарегистрированных на правой стенке атомов будут максимумы напротив той из двух щелей, которая была открыта.

И, наконец, на третьей серии опытов расположим перегородку с обеими щелями. Тогда, если диффузия лёгких частиц в данной среде является в достаточной мере близкой к недиссипативной, то будет наблюдаться *интерференционная картина* в распределении вероятностей зарегистрированных на правой стенке частиц.

Волновое поведение ансамбля классически движущихся лёгких частиц на этом опыте наглядно демонстрирует качественное отличие недиссипативной диффузии лёгких частиц в среде из тяжёлых от обычного случая диссипативной диффузии тяжёлых частиц в среде из лёгких. Отметим, что под *ансамблем* лёгких частиц следует понимать многократное повторение диффузии одной частицы в данной ёмкости с тяжёлым газом, а интерференционная картина есть результат сложения в этом ансамбле *амплитуд* вероятностей для двух альтернатив перехода через щели.

3.2. Дискретные уровни осциллятора и соотношения неопределённостей

В том же сосуде рассмотрим недиссипативную диффузию лёгкой заряженной частицы при наложении внешнего поля таким образом, чтобы частица совершала гармонические осцилляции в вертикальном направлении вокруг центральной горизонтальной оси сосуда. Поскольку этот диффузионный процесс в конечном итоге описывается уравнением Шредингера, то энергия таких осцилляций будет дискретной:

$$E_n = 2m\nu\,\omega(n + 1/2). \qquad (33)$$

На эксперименте можно будет измерить *дискретную среднюю энергию частиц при вертикальных осцилляциях*, вычитая, конечно, непрерывно меняющуюся горизонтальную энергию дрейфа. Это можно регистрировать, например, по Допплеровскому уширению линий излучения осциллирующего лёгкого иона. Приблизительно дискретными будут и максимумы отклонений в вертикальном направлении.

Наличие энергии «нулевых колебаний» в данном случае выражает нелокализуемость ансамбля диффундирующих классических частиц из-за диффузионных соотношений неопределённостей (19).

Это на первый взгляд кажется парадоксальным, так как траектории лёгких частиц имеют классические участки между столкновениями, где их координаты и импульсы могут быть определены «точно» (при сравнении с длиной свободного пробега и средним импульсом). Однако, *ансамбль* таких частиц характеризуется амплитудой вероятности с разбросом траекторий и определённым волновым вектором. Поэтому, при локализации именно ансамбля диффундирующих частиц в конечных областях, дисперсии координат и импульсов в ансамбле оказываются связанными соотношением неопределённостей. Чем меньше область локализации ансамбля, тем больше будет дисперсия импульса.

Итак, измерение *наименьшей энергии* осцилляций в данном опыте можно рассматривать как подтверждение соотношения неопределённостей для недиссипативной диффузии в классических системах.

3.3. Дискретные уровни энергии и дискретные угловые моменты классических систем

Построение макроскопических аналогов квантовых систем при диффузии лёгкой классической частицы во внешнем поле, где уровни энергии и угловой момент дискретны, теперь оказывается связанным только с подбором среды из тяжёлых частиц, диффундирующих лёгких частиц и соответствующей конфигурации внешних полей.

В частности, дискретность углового момента заряженных част будет проявляться в «заполнении» уровней *водородоподобного «квазиатома»* в процессах рассеяния «пробных» диффундирующих частиц на этих структурах, а также при наложении магнитного поля.

Макроскопические аналоги водородоподобных и более сложных «квазиатомов», а также дискретность уровней в магнитном поле могут оказаться полезными как в технологических задачах, так и при наглядной демонстрации ранее трудно объяснимых аспектов квантовой механики .

3.4. Квантовая статистика в классических системах

До сих пор рассматривался ансамбль лёгких частиц, предполагая, что лёгкие частицы сталкиваются только с тяжёлыми частицами среды, т.е. это была *одночастичная* задача. Если же рассматривать *многочастичные* задачи, где концентрация лёгких частиц не мала, а столкновения между ними существенны, то мы приходим к задаче об *идеальном газе* из лёгких частиц, совершающей недиссипативную диффузию. Поскольку при столкновениях лёгких частиц друг с другом происходит перераспределение энергии, то эти лёгкие частицы приходят в термодинамическое равновесие между собой быстрее, чем со средой.

Ранее такая задача рассматривалась при диффузии электронов в среде из нейтральных атомов или ионов [1]. Здесь температура T_e электронного газа существенно выше температуры среды T_i.

Для наших целей интерес представляет тот факт, что газ из лёгких частиц в среде из тяжёлых будет описываться *квантовой статистикой*, где роль постоянной Планка играет коэффициент диффузии $\hbar \to 2m\nu$. Проявления эффектов квантовой статистики, конечно, будут весьма разнообразными и поэтому ограничимся некоторыми из них, которые демонстрируют основные свойства квантовой статистики.

Первым свойством является неразличимость. Если в многочастичной системе энергетические уровни являются *равновероятными*, а частицы предполагаются *различимыми*, то мы приходим к *распределению Больцмана*:

$$n = n_0 e^{-E_n/kT} . \tag{34}$$

Если же уровни по прежнему являются *равновероятными*, но частицы оказываются *неразличимыми*, то получится распределение Бозе-Эйнштейна.

$$n = \frac{n_0}{e^{E_n/kT} - 1} . \tag{35}$$

Поэтому возникает вопрос, как в системе классических *различимых* частиц может появиться квантовая статистика?

Ответ на этот вопрос был найден Байером и Терзофом [7] и состоит в том, что предположение о *равновероятности* уровней оказывается слишком сильным ограничением и в действительности, как это вначале делал Бозе, достаточно предположения о том, что *сумма вероятностей при всех* *альтернативных способах заполнений равна единице*, а полная энергия системы, очевидно, не меняется при всех возможных заполнениях:

$$E = \sum_n N_n E_n \,. \tag{36}$$

При таком более общем предположении, как оказалось, в газе из *различимых* частиц *в общем случае имеет место распределение Бозе-Эйнштейна* и только если дополнительно потребовать условия *равновероятности*, то оно сужается до распределения Больцмана [7]. Итак, неразличимость частиц в квантовой статистике появляется *эффективно*, являясь следствием неких ограничений для системы из различимых частиц.

Второе свойство квантовой статистики, которое рассмотрим – это *аналог бозе-эйнштейновской конденсации* для лёгкого газа при недиссипативной диффузии в тяжёлом газе. Этот эффект можно будет наблюдать, создавая условия, аналогичные обычному квантовому эффекту, но с заменой $\hbar \to 2mv$. Это значит, что *квази*-бозе-эйнштейновскую конденсацию можно будет реализовать и на макроскопических системах, подбирая состав среды и диффундирующего лёгкого газа.

Третьим принципиально новым свойством является *принцип Паули* для систем частиц, которые описываются волновыми функциями, антисимметричными при перестановках частиц. Не вникая в детали связи статистики и спина, здесь отметим только, что теория недиссипативной диффузии *в принципе допускает такие состояния* независимо от причин их возникновения. Поэтому, если создать условия, где возникает диффузия с такими волновыми функциями, то в классических системах можно наблюдать следствия *статистики Ферми-Дирака* и следствия принципа Паули.

4. Квантовая механика как теория недиссипативной диффузии

4.1. Неудовлетворительность стандартных интерпретаций квантовой механики

Квантовая механика является теоретической основой современной физики и надёжность её *математического формализма* (в разных формулировках) для описания физических явлений не вызывает сомнений.

В отношении же *физических интерпретаций* процедур квантования ситуация обратная и есть согласие в том, что в этом аспекте квантовая механика ещё далека от завершённости. Стандартные интерпретации квантовой механики основаны на по существу *идеологической* установке, что мы должны разделять реальность на макро- и микро-объекты и для последних должны ограничивать положения классической механики, введя новые. В этом смысле они являются «революционными» подходами. Однако есть ряд вопросов, на которые они не отвечают, постулируя нужный ответ, или дают противоречивые ответы:

1. Почему необходимо квантование?

2. Почему происходят квантовые флуктуации и что они означают?

3. Что в действительности флуктуирует: окружающий фон, воздействующий на частицу, или же частица сама по себе при гладком фоне?

4. Почему складываются амплитуды вероятности, а не сами вероятности альтернативных событий?

5. В чём принципиальное отличие квантовых частиц от классических?

6. Если происходят большие флуктуации энергии и импульса отдельной частицы, то откуда берутся эти большие энергия и импульс?

7. Компенсируется ли такое нарушение сохранения энергии и импульса уменьшением энергии-импульса чего-то?

8. Связаны ли флуктуации со структурой пространства-времени или нет?

Существование или отсутствие ответа на эти вопросы практически не влияет на эффективность применений квантовой механики и поэтому такие поиски не вызывали практического интереса. Однако, с точки зрения перспектив дальнейшего развития квантовой теории правильные ответы нужны и важны.

Стохастическая механика [ ], в которой квантовые флуктуации сведены к недиссипативной диффузии, в этом смысла представляет собой существенное продвижение вперёд. Это – единственная последовательная версия квантовой механики, свободная от «идеологического» разделения мира на микро- и макро-объекты.

Следующая задача состояла в построении микроскопической теории такой диффузии для случая квантовых флуктуаций, что и будет обсуждаться ниже.

4.2. Недиссипативная диффузия в квантовых системах

Общий случай марковских процессов с симметричными по направлениям времени уравнениями для переходных вероятностей вперёд-назад по времени был рассмотрен ещё Колмогоровым. Первый же пример недиссипативной диффузии был обнаружен в ходе попыток стохастической трактовки квантовой механики. Сначала Феньес [2] связал квантовые флуктуации с недиссипативными диффузионными процессами, а Нельсону [3,4] удалось сформулировать математически последовательную кинематику и динамику такой диффузии, из которых прямо следовал формализм квантовой механики.

Уравнение Шредингера для квантовой частицы, во-первых, отличается от уравнения диффузии только присутствием мнимой единицы, а во-вторых, описывает временную эволюцию комплексной амплитуды вероятностей, являясь системой из двух уравнений для реальной и мнимой частей этой амплитуды. Кроме того, в отличие от обычной диффузии, уравнения квантовой механики обратимы во времени, средняя кинетическая энергия свободной частицы сохраняется, а среднее ускорение частице внешней силой определяется законом Ньютона.

Поэтому и возникла идея описывать квантовые флуктуации частиц как *консервативную диффузию*, когда обмен энергией между диффундирующей частицей и средой уравновешен по каким-то причинам. Тогда есть симметрия относительно обращения времени и уравнения для диффузионных потоков вперёд-назад по времени, вместе с законом Ньютона, ведут к одному уравнению Шредингера для комплексной амплитуды.

Нельсон сначала сформулировал кинематику для симметричного по времени броуновского движения, которая была изложена в предыдущей части данной статьи. Из неё, в частности, следуют соотношения неопределённостей (19). Далее, *предполагая* справедливость *ньютоновской динамики*, из уравнений для диффузионных потоков (20) и (22) он получил уравнение для амплитуды вероятностей (26):

$$i\left(2m\nu\right)\frac{\partial\psi}{\partial t}=H\,\psi\ , \tag{37}$$

которое переходит в уравнение Шредингера при значении коэффициента диффузии $\nu = \hbar / 2m$, где $\hbar$ - постоянная Планка.

Тем самым была доказана, что формализм квантовой механики эквивалентен формализму недиссипативного броуновского движения классических частиц в физическом вакууме.

Однако, *кинематика* для диффундирующей частицы, которую использовал Нельсон для получения уравнений квантовой механики, имеет место только для диффузии типа Эйнштейна-Смолуховского, когда *трение очень большое* и быстро уравновешивает любую внешнюю силу. В то же время *динамические* предположения (21) и (23), необходимые для вывода уравнения Шредингера, имеют место только для диффузии с *малым трением*, описываемой теорией Ланжевена-Орнстейна-Уленбека.

Нельсон, который понимал несовместимость таких условий для обычной диффузии в классических системах, рассматривал эти предположения, до выяснения их физического смысла, как *постулаты* для трактовки именно *квантовых* флуктуаций. Однако, сама идея описания квантовых явлений в терминах классических случайных процессов, пусть даже специфических, предполагает возможность реализации таких флуктуаций в классических системах хотя бы в принципе. Если же в классическом случае это ведёт к внутренним противоречиям, тогда и весь подход также становится противоречивым и сомнительным.

Однако, в предыдущих разделах было показано, что, во-первых, *недиссипативная диффузия в принципе реализуема в классических системах, но при условиях, отличающихся от условий обычного броуновского движения* и, во-вторых, не только нельсоновская кинематика, но и его динамические предположения естественным образом *следуют* из теории диффузии в таких системах.

4.3. Стохастическая механика как физическая основа квантовой механики

В противоположность вышеизложенным *революционным* стандартным интерпретациям, *стохастическая механика* основана на осторожной и *консервативной* точке зрения и отвечает на все те вопросы, которые были загадками для остальных интерпретаций. В стохастической механике нет специально квантовых объектов и она основана на *физическом факте,* что воздействие вакуума приводит к специфическим флуктуациям классических частиц, обратно пропорциональным их массе.

При этом, свойства вакуума предполагаются такими, что в результате взаимодействия с вакуумом:

а) пространственные *координаты частицы флуктуируют* и частица совершает специфическое броуновское движение;

б) уравнения, описывающие броуновское движение частицы *обратимы во времени*, что в дальнейшем ведёт к *сохранению средней энергии частицы* (*недиссипативная* или *консервативная* диффузия).

в) при этом, *коэффициент диффузии* 2ν *обратно пропорционален массе* частицы: $2\nu = a / m$, где константа a следует далее из соответствия с квантовой механикой и оказывается равной: $a = \hbar$.

В рамках стохастической механики ответы на вопросы 1-3 из предыдущего раздела даются также же, как и в любой системе взаимодействующих частиц и полей, т.е. самим фактом существования поля с определёнными свойствами.

На ключевой и наиболее таинственный для всех предыдущих трактовок вопросы 4-5 совершенно ясный ответ был дан Нельсоном [3,4]. Он показал, что из нелинейных уравнений консервативной диффузии, связывающих плотность вероятности и переходные скорости *классической* частицы, следуют линейные уравнения Шредингера для комплексной амплитуды плотности вероятности.

Большие же флуктуации энергии отдельной частицы происходят за счёт взаимодействия с физическим вакуумом и поэтому в каждый момент времени *увеличение* энергии частицы *компенсируется* соответствующим локальным *уменьшением* энергии физического вакуума [6], и наоборот. Это есть ответ на 6- и 7- вопросы. Ответ на 7-8 вопросы в рамках стохастической механики с физической точки зрения рассматривался в статье [6], где была предложена диффузионная трактовка гравитация.

Тот факт, что увеличение энергии частицы при квантовой флуктуации должно сопровождаться уменьшением энергии физического вакуума на эту же величину имеет прямое наблюдаемое следствие. При большой концентрации частиц в небольшой области пространства энергия вакуума будет уменьшена в любой момент и средняя энергия вакуума здесь будет ниже, чем удалённых областей без частиц. В результате уменьшения «запасов» энергии вакуума снизится интенсивность флуктуаций частиц в данной области, что проявится как уменьшение коэффициента диффузии. Это ведёт к замедлению темпа всех квантовых процессов, частоты испытают красное смещение и собственные времена замедлятся, а отдельные частицы из других областей с быстрыми флуктуациями будут медленно дрейфовать в эту область медленных флуктуаций. Всё это характерные свойства гравитации, которое трактуется в статье [6] как проявление неоднородности квантовых флуктуаций вакуума. Более детальное обсуждение такой диффузионной трактовки гравитации будет приведено в последующих публикациях.

Заключение

Итак, в малодиссипативных системах всегда есть область недиссипативности, где на протяжении большого числа столкновений можно пренебречь диссипацией. Моделью такой недиссипативной диффузии является диффузия лёгкой частицы в разрежённой среде из тяжёлых частиц. В области недиссипативности такой системы средняя энергия лёгкой частицы сохраняется, а диффузионный процесс описывается более общей теорией с уравнениями, симметричными по обоим направлениям времени. При этом возникает элементарный фазовый объём $\Gamma_D = p_D l_D$ участков свободного пробега лёгкой частицы и коэффициент диффузии тогда равен $\nu = \Gamma_D / 2m$.

Главное отличие теории недиссипативной диффузии от обычной состоит в том, что в этой теории *складываются амплитуды вероятностей*, а не сами вероятности. Возникает также принцип суперпозиции для этих амплитуд, поскольку нелинейные уравнения диффузии для переходов вперёд и назад по времени линеаризуются, превращаясь в одно комплексное уравнение Шредингера. Есть также соотношение неопределённостей для дисперсий координат и импульсов в ансамбле частиц, связывающее их с элементарным фазовым объёмом.

Таким образом, оказалось, что *формализм квантовой механики имеет более широкую область применимости, чем сугубо квантовые системы* и *описывает* в действительности *классическую недиссипативную диффузию* с постоянным коэффициентом диффузии, реализующейся при диффузии лёгких частиц в разрежённой среде из тяжёлых частиц. Квантовая механика есть только частный случай с коэффициентом диффузии $\nu = \hbar / 2m$ или элементарным фазовым объёмом $\Gamma_D = \hbar$. Примеры же классических систем с различными коэффициентами диффузии показывают, что эффекты недиссипативности нетривиальны, достаточно универсальны и представляют собой новую область исследований, имеющую множество наблюдаемых следствий и возможных применений.

Приложение 1. Диссипативная диффузия и броуновское движение

Микроскопические тела, состоящих из большого числа молекул, в жидкости и газе в общем случае совершают *диссипативное* броуновское движение. Такая броуновская частица должна быть достаточно малой, чтобы проявились флуктуации молекулярного движения в среде, но и должна быть достаточно крупной, чтобы её можно было наблюдать. Поэтому она намного больше размеров молекул, в плотной среде в каждый момент с нею сталкиваются большое число молекул и трение существенно.

В плотной среде, в частности, в жидкостях, где *трение большое*, действие на частицу внешней силы уравновешивается силой трения и броуновское движение в такой среде описывается *теорией Эйнштейна-Смолуховского* [4]. При этом, дополнительная энергия частицы, приобретаемая под действием внешней силы, переходит в тепло, ускорение исчезает и броуновская частица совершает только хаотические движения со средней дрейфовой скоростью, пропорциональной внешней силе и подвижности. Поскольку время релаксации скорости частицы очень мало по сравнению с временными интервалами Δt, когда фиксируются положения частицы, конечные смещения частицы становятся *независимыми* и траектория частицы является *не дифференцируемой* по времени.

В разрежённой же среде с *малым трением*, например, в идеальных газах, координаты броуновских частиц дифференцируемы по времени, но скорость имеет случайную компоненту из-за действия случайных сил среды. Внешние силы могут быть больше сил трения и могут ускорять частицу, что описывается *теорией Ланжевена-Орнстейна-Уленбека* [4].

Для описания броуновского движения частицы в плотной среде, описываемой теорией Эйнштейна-Смолуховского, её координаты измеряем через малые, но конечные интервалы времени Δt, а движение частицы между точками $\mathbf{x}(t-\Delta t)$, $\mathbf{x}(t)$ и $\mathbf{x}(t+\Delta t)$ *аппроксимируем* гладкими *классическими* траекториями. Скорость дрейфа частицы $\mathbf{b}(x,t)$ определяется на этих *искусственно сглаженных* участках траектории путём усреднения по всем траекториям, выходящим из данного события $\mathbf{x}(t)$ и перехода к пределу $\Delta t \to 0$ только *после* усреднения:

$$1.\quad \mathbf{b}_+(\mathbf{x}(t),t) = D_+\mathbf{x}(t) \equiv \lim_{\Delta t\to 0+} E_t \frac{\mathbf{x}(t+\Delta t)-\mathbf{x}(t)}{\Delta t}, \tag{38}$$

где E_t - условная вероятность, а $D_+\mathbf{x}(t)$ есть усреднённая таким образом производная по времени.

Смещения частицы тогда описываются стохастическими уравнениями:

$$d\mathbf{x}_+(t) = \mathbf{b}_+(\mathbf{x}(t),t)dt + d\mathbf{w}_+(t), \tag{39}$$

где $d\mathbf{w}_+(t)$ есть случайный процесс со свойствами (8). При этом в приближении внешние силы уравновешиваются силами трения и ведут только к дрейфовой скорости $\mathbf{b}_+$, пропорциональной подвижности b:

$$\mathbf{b}_+ = b\mathbf{F}. \tag{40}$$

Сильные же внешние поля, превосходящие большие силы трения, ведут к локальному нагреву жидкости и к гидродинамическим эффектам, что уже выходит за пределы диффузионного приближения.

Плотность вероятности $\rho(x,t)$ нормирована:

$$\int \rho(x,t)\,dx = 1, \tag{41}$$

и удовлетворяет уравнению:

$$\partial\rho/\partial t = -\nabla\cdot\left(\mathbf{b}_+\rho\right) + \nu\,\Delta\rho, \tag{42}$$

а соответствующие переходные вероятности, определённые как:

$$\rho\left(x'(t'),t'\right) = \int p_+\left[x'(t'),t';x(t),t\right]\rho\left(x(t),t\right)dx(t),\quad (t'>t), \tag{43}$$

удовлетворяют уравнению ($t''>t'>t$):

$$p_+\left[x(t''),t'';x(t),t\right] = \int p_+\left[x(t''),t'';x(t'),t'\right]p_+\left[x(t'),t';x(t),t\right]dx(t'). \tag{44}$$

Усреднённые производные по времени от функций координат и времени $f(x,t)$, в соответствии с (38) и (39), определяются как:

$$D_+ f\left(x(t),t\right) = \left(\partial/\partial t + \mathbf{b}_+\cdot\nabla + \nu\,\Delta\right) f\left(\mathbf{x}(t),t\right). \tag{45}$$

В среде же с *малым трением* координаты броуновских частиц дифференцируемы по времени и скорости содержат как регулярные, так и случайные вклады. В теории такой диффузии, сформулированной Ланжевеном, Орнстейном и Уленбеком, уравнения движения имеют вид:

$$\begin{gathered} d\mathbf{x}(t) = \mathbf{v}(t)\,dt\ , \\ \Delta\mathbf{v}(t) = -\beta\mathbf{v}(t)\Delta t + \frac{1}{m}\mathbf{F}\left(\mathbf{x}(t)\right)\Delta t + \Delta\mathbf{B}(t)\ , \end{gathered} \tag{46}$$

где $\mathbf{B}(t)$ имеет свойства:

$$\begin{gathered} \lim_{\Delta t\to 0} E_t\left[\Delta\mathbf{B}(t)\right] = 0, \\ \lim_{\Delta t\to 0} E_t\left[\Delta B_i(t)\Delta B_j(t)\right] = \frac{6\beta kT}{m}\delta_{ij}dt. \end{gathered} \tag{47}$$

Из-за слабости сил трения внешние силы могут их превосходить и среднее дрейфовое ускорение $\mathbf{a}$ связано с внешней силой $\mathbf{F}$ и силой трения законом Ньютона:

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t\to 0} E_t\left[\frac{\Delta\mathbf{v}(t)}{\Delta t}\right] = -\beta\mathbf{v}(t) + \frac{1}{m}\mathbf{F}\left(\mathbf{x}(t)\right). \tag{48}$$

При слабом внешнем поле силы трения опять уравновешивают внешние силы, среднее ускорение исчезает и мы возвращаемся к теории Эйнштейна-Смолуховского, предполагающей такое равновесие.

Итак, в зависимости от соотношения сил трения и внешней силы реализуются *два вида диссипативной диффузии*. Если велики силы трения или слабы внешние силы, то координаты броуновской частицы стохастичны и она не ускоряется в поле внешних сил (теория Эйнштейна-Смолуховского). Если трение мало, а внешние силы достаточно велики, то координаты меняются гладко, но скорость частицы имеет стохастическую компоненту, а дрейфовое ускорение определяется законом Ньютона (теория Ланжевена-Орнстейна-Уленбека).

Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. (2002) Физическая кинетика. М.
2. Fenyes, I. (1952). *Z. Phys. ,* **132**, 81.
3. Nelson E. (1966) *Phys. Rev*., **150**, 1057.
4. Nelson E. (1985) Quantum Fluctuations. P.U.P., Princeton.
5. Закир З. (2009) *Теор. физ., астрофиз. и космол.* **4**, 1, 1; *arxiv*: *gr-qc*/9901013, 1999; A generalized principle of relativity as a foundation for the theory of stochastic space and time. Prepr. PTI-43-87-FVE, Tashkent, 1987.
6. Закир З. (2009) *Теор. физ., астрофиз. и космол.* **4**, 2; *arxiv*:; Gravitation as a Quantum Diffusion. *arxiv*: *gr-qc*/9812254, 1998*; gr-qc*/9906079, 1999.
7. Tersoff J., Bayer D. (1983) *Phys.Rev.Lett*. **50**, 8, 553.