Теоретическая физика, астрофизика и космология ISSN 1991-3117; ISSN 1991-3907 (эл.)
Том **3**, N 2, с. 10 – 16, в1, 30 июня 2008

Электрон.: ТФАК: 2738-010 в2, 28 сентября 2012 DOI: 10.9751/TFAK.2738-010

Квантование струн без аномалии в пространстве-времени произвольной размерности

Захид Закир [1]

Аннотация

Новый метод *C*-симметричного квантования со строгим учётом ограничений дискретных симметрий систем применяется к квантованию замкнутой бозонной струны. Показано, что наличие киральной симметрии исключает нулевую энергию струнных мод. Это затем ведёт к теории релятивистских струн без конформной аномалии, которая может непротиворечиво квантоваться в пространстве-времени произвольной размерности.

PACS: 11.25.-w, 12.10.-g,
Ключевые слова: струны, аномалии, браны, модели объединения

Содержание

Введение

Стандартная квантовая теория локальных полей, где элементарные частицы выступают как кванты этих полей, содержит расходимости, которые долгое время не удавалось исключить, особенно, при включении гравитации. В результате были предложены и широко развивались более радикальные подходы, основанные на введении нелокальных фундаментальных объектов – струн и бран.

Отличительной чертой теорий струн является исключительная роль, которую играют нулевые энергии осцилляторных мод в этих нелокальных структурах. Именно нулевая энергия ведёт к аномалии и центральному заряду в алгебре Вирасоро теорий струн, а требование отсутствия этой аномалии позволяет фиксировать размерность полного пространства-времени, что далее допускает только ограниченный класс состояний и калибровочных симметрий. Существование таких жёстких ограничений считалось важнейшим преимуществом этих подходов и вызывал большой энтузиазм.

В предыдущих статьях [1] был развит новый метод квантования со строгим соблюдением условий зарядовой симметрии и было показано, что при

[1] *Центр теоретической физики и астрофизики,Ташкент, Узбекистан;*
zahidzakir@theor-phys.org

этом для систем с этой симметрией нулевая энергия не возникает. В случае поля фотонов, например, это связано с тем, что в этом случае сохраняется спиральность, играющая роль кирального заряда, а векторы электрического и магнитного поля фотонов не колеблются, а вращаются на плоскости. Как известно, у чисто вращательных мод нет нулевой энергии.

В данной статье этот новый метод квантования, более строго учитывающий свойства дискретных симметрий систем, применяется к квантованию замкнутой бозонной струны. В разделе 1 показывается, что наличие киральной симметрии исключает нулевую энергию струнных мод. В разделе 2 показывается, что это ведёт к теории релятивистских струн без конформной аномалии, которая может квантоваться непротиворечивым образом в пространстве-времени произвольной размерности.

1. Замкнутая бозонная струна без нулевых энергий мод

Рассмотрим стандартное действие для бозонной струны:

$$S=-\frac{T}{2}\int d\tau d\sigma\, h^{\alpha\beta}\left(\tau,\sigma\right)\partial_\alpha X^\mu\,\partial_\beta X_\mu\,. \tag{1}$$

Три локальные симметрии, две репараметризации и вейлевское растяжение позволяют выбрать три независимых компонент 2-метрики струны и положить:

$$h_{\alpha\beta}\left(\tau,\sigma\right)=\eta_{\alpha\beta}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}, \tag{2}$$

после чего действие (1) может быть записано в виде:

$$S=-\frac{T}{2}\int d^2\sigma\,\eta^{\alpha\beta}\partial_\alpha X^\mu\,\partial_\beta X_\mu\,. \tag{3}$$

Уравнения движения для замкнутой струны, следующие из действия (1):

$$\partial_\alpha\partial^\alpha X^\mu=\left(\partial_\tau^2-\partial_\sigma^2\right)X^\mu=0 \tag{4}$$

имеют общее решение в виде суперпозиции двух независимых мод:

$$X^\mu\left(\tau,\sigma\right)=X_R^\mu\left(\tau-\sigma\right)+X_L^\mu\left(\tau+\sigma\right). \tag{5}$$

Координаты этих мод можем объединить в одну комплексную координату:

$$\begin{aligned}Y^\mu\left(\tau,\sigma\right)&=\frac{1}{\sqrt{2}}\left[X_R^\mu\left(\tau-\sigma\right)+iX_L^\mu\left(\tau+\sigma\right)\right],\\ Y^{\mu*}\left(\tau,\sigma\right)&=\frac{1}{\sqrt{2}}\left[X_R^\mu\left(\tau-\sigma\right)-iX_L^\mu\left(\tau+\sigma\right)\right].\end{aligned} \tag{6}$$

В терминах этой координаты действие и тензор энергии-импульса приобретают компактный вид:

$$\begin{aligned}S&=-\frac{T}{2}\int d^2\sigma\,\eta^{\alpha\beta}\left[\partial_\alpha X_R^\mu\,\partial_\beta X_{\mu R}+\partial_\alpha X_L^\mu\,\partial_\beta X_{\mu L}\right]=\\ &=-T\int d^2\sigma\,\eta^{\alpha\beta}\,\partial_\alpha Y^*\cdot\partial_\beta Y\,,\end{aligned} \tag{7}$$

$$T_{\alpha\beta} = -\frac{2}{T\sqrt{-\eta}}\frac{\delta S}{\delta\eta^{\alpha\beta}} =$$
$$= \frac{1}{2}\left[\partial_\alpha Y_\mu^* \partial_\beta Y^\mu + \partial_\beta Y_\mu^* \partial_\alpha Y^\mu - \frac{1}{2}\eta_{\alpha\beta}\eta^{\alpha'\beta'}\left(\partial_{\alpha'} Y_\mu^* \partial_{\beta'} Y^\mu + \partial_{\beta'} Y_\mu^* \partial_{\alpha'} Y^\mu\right)\right] = 0. \tag{8}$$

Бесследовость тензора энергии-импульса ведёт к уравнениям связей:

$$T_{00} = T_{11} = \frac{1}{2}\left(\partial_\tau Y^* \partial_\tau Y + \partial_\sigma Y^* \partial_\sigma Y\right) = 0,$$
$$T_{10} = T_{01} = \frac{1}{2}\left(\partial_\tau Y^* \cdot \partial_\sigma Y + \partial_\sigma Y^* \cdot \partial_\tau Y\right) = 0, \tag{9}$$

которые дают следующие соотношения:

$$\partial_\tau Y^* \partial_\tau Y = \partial_\sigma Y^* \partial_\sigma Y = 0,$$
$$\partial_\tau Y^* \cdot \partial_\sigma Y = \partial_\sigma Y^* \cdot \partial_\tau Y = 0. \tag{10}$$

Из уравнений движения (4) и граничных условий для замкнутых струн:

$$Y^\mu(\tau,\sigma) = Y^\mu(\tau,\sigma+2\pi),$$
$$Y^{\mu*}(\tau,\sigma) = Y^{\mu*}(\tau,\sigma+2\pi), \tag{11}$$

следуют разложения по модам комплексной координаты:

$$Y^\mu(\tau,\sigma) = \frac{y^\mu}{2} + \frac{l^2}{2}\left(\pi^\mu\tau - \pi^{\mu*}\sigma\right) + \frac{il}{2}\sum_{n\neq 0}\frac{1}{|n|}\left(\alpha_n^\mu e^{-2i(|n|\tau - n\sigma)} + b_n^{\mu*} e^{2i(|n|\tau - n\sigma)}\right),$$
$$Y^{\mu*}(\tau,\sigma) = \frac{y^{\mu*}}{2} + \frac{l^2}{2}\left(\pi^{\mu*}\tau - \pi^\mu\sigma\right) - \frac{il}{2}\sum_{n\neq 0}\frac{1}{|n|}\left(\alpha_n^{\mu*} e^{2i(|n|\tau - n\sigma)} + b_n^\mu e^{-2i(|n|\tau - n\sigma)}\right), \tag{12}$$

где $l^2 = 1/\pi T$ и

$$y^\mu = \frac{1+i}{\sqrt{2}}x^\mu, \quad \pi^\mu = \frac{1-i}{\sqrt{2}}p^\mu.$$

Отсюда получаем также выражения:

$$\partial_\tau Y^\mu(\tau,\sigma) = \frac{1}{2}l^2\pi^\mu + l\sum_{n\neq 0}\left(\alpha_n^\mu e^{-2i(|n|\tau - n\sigma)} - b_n^{\mu*} e^{2i(|n|\tau - n\sigma)}\right),$$
$$\partial_\tau Y^{\mu*}(\tau,\sigma) = \frac{1}{2}l^2\pi^{\mu*} + l\sum_{n\neq 0}\left(\alpha_n^{\mu*} e^{2i(|n|\tau - n\sigma)} - b_n^\mu e^{-2i(|n|\tau - n\sigma)}\right), \tag{13}$$

Здесь отличие от стандартной записи состоит в том, что собственные времена на двумерной поверхности τ умножаются только на положительные «частоты» $|n|$. Поэтому суммы двух независимых вкладов противоположной частотности записаны отдельно, где операторы рождения положительно-частотных квантов обозначены как $\alpha_n^{\mu*}$, а вспомогательные операторы рождения для отрицательно-частотных квантов как $b_n^{\mu*}$.

Коммутаторы имеют вид:

$$i\left[\partial_\tau Y^\nu(\tau,\sigma),Y^{\mu*}(\tau,\sigma')\right]=-\frac{1}{T}\eta^{\mu\nu}\delta(\sigma-\sigma'),$$
$$i\left[\partial_\tau Y^{\nu*}(\tau,\sigma),Y^{\mu}(\tau,\sigma')\right]=-\frac{1}{T}\eta^{\mu\nu}\delta(\sigma-\sigma'). \tag{14}$$

Подстановка (12) и (13) даёт следующие ненулевые коммутаторы для операторов мод:

$$\left[\alpha_m^\mu,\alpha_n^{\nu*}\right]=\left[b_m^\mu,b_n^{\nu*}\right]=-|m|\eta^{\mu\nu}\delta_{mn},$$
$$i\left[\pi^\mu,y^\nu\right]=i\left[\pi^{\mu*},y^{\nu*}\right]=-\eta^{\mu\nu}, \tag{15}$$

где $\alpha_0^\mu=b_0^\mu=l\pi^\mu/2$.

Сохраняющимися токами трансляций координат $Y^\mu,Y^{\mu*}$ являются:

$$P_\alpha^\mu=T\,\partial_\alpha Y^{\mu*},\quad P_\alpha^{\mu*}=T\,\partial_\alpha Y^\mu, \tag{16}$$

$$P_\tau^\mu=\frac{1}{2\pi}\pi^\mu+l\sum_{n\neq0}\left(\alpha_n^\mu e^{-2i(|n|\tau-n\sigma)}-b_n^{\mu*}e^{2i(|n|\tau-n\sigma)}\right),$$
$$P_\tau^{\mu*}=\frac{1}{2\pi}\pi^{\mu*}+l\sum_{n\neq0}\left(\alpha_n^{\mu*}e^{2i(|n|\tau-n\sigma)}-b_n^{\mu}e^{-2i(|n|\tau-n\sigma)}\right), \tag{17}$$

$$P_\sigma^\mu=-\frac{1}{2\pi}\pi^{\mu*}-l\sum_{n\neq0}\frac{n}{|n|}\left(\alpha_n^\mu e^{-2i(|n|\tau-n\sigma)}-b_n^{\mu*}e^{2i(|n|\tau-n\sigma)}\right),$$
$$P_\sigma^{\mu*}=-\frac{1}{2\pi}\pi^{\mu}-l\sum_{n\neq0}\frac{n}{|n|}\left(\alpha_n^{\mu*}e^{2i(|n|\tau-n\sigma)}-b_n^{\mu}e^{-2i(|n|\tau-n\sigma)}\right), \tag{18}$$

$$\partial^\alpha P_\alpha^\mu=0,\qquad \partial^\alpha P_\alpha^{\mu*}=0. \tag{19}$$

Полный импульс замкнутой струны находим, интегрируя токи по σ при $\tau=0$:

$$P^\mu=T\int_0^{2\pi}d\sigma\,\partial_\tau Y^{\mu*}=\pi^\mu. \tag{20}$$

Гамильтониан тогда приобретает вид:

$$H=\int_0^{2\pi}d\sigma\left[\left(P_\tau^\mu\partial_\tau Y_\mu+\partial_\tau Y_\mu^*P_\tau^{\mu*}\right)-L\right]=T\int_0^{2\pi}d\sigma\left(\partial_\tau Y_\mu^*\partial_\tau Y^\mu+\partial_\sigma Y_\mu^*\partial_\sigma Y^\mu\right), \tag{21}$$

$$H=T\int_0^{2\pi}d\sigma\left(\partial_\tau Y^{\mu*}\partial_\tau Y_\mu+\partial_\sigma Y^{\mu*}\partial_\sigma Y_\mu\right)=2\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(\alpha_n^{\mu*}\alpha_{n\mu}+b_n^\mu b_{n\mu}^*\right). \tag{22}$$

Левые и правые моды струны независимы, а сохраняющийся оператор спиральности струны играет роль кирального заряда и даётся выражениями:

$$\Lambda=T\int_0^{2\pi}d\sigma\left[\left(\partial_\tau Y_\mu^*\right)Y^\mu-Y^{\mu*}\partial_\tau Y_\mu\right]=\int_0^{2\pi}d\sigma\left(P_\tau^\mu Y_\mu-Y_\mu^*P_\tau^{\mu*}\right)=$$
$$=i\left(\pi^\mu y^\nu-y^{\nu*}\pi^{\mu*}\right)-i\sum_{n\neq0}\frac{1}{|n|}\left(\alpha_n^{\mu*}\alpha_{n\mu}-b_n^\mu b_{n\mu}^*\right). \tag{23}$$

Имеется симметрия относительно преобразований, переводящих левые моды в правые и обратно путём сопряжения кирального заряда (*C*-симметрия).

Введём также операторы, *С*-сопряжённые к прежним операторам струнных мод:

$$\begin{aligned} \beta_n^\mu &= C\,\alpha_n^\mu\,C^{-1}, \quad \beta_n^{\mu *} = C\,\alpha_n^{\mu *} C^{-1}, \\ a_n^\mu &= C\,b_n^\mu\,C^{-1}, \quad a_n^{\mu *} = C\,b_n^{\mu *} C^{-1}. \end{aligned} \tag{24}$$

Далее, с помощью этих операторов условия *С*-симметрии запишем в виде:

$$\begin{aligned} H &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\alpha_n^{\mu *}\alpha_{n\mu} + b_n^\mu b_{n\mu}^* \right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\beta_n^{\mu *}\beta_{n\mu} + a_{nP}^\mu a_{n\mu P}^* \right) = H^c, \\ \Lambda &= -i\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{|n|} \left(\alpha_n^{\mu *}\alpha_{n\mu} - b_n^\mu b_{n\mu}^* \right) = i\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{|n|} \left(\beta_n^{\mu *}\beta_{n\mu} - a_{nP}^\mu a_{n\mu P}^* \right) = -\Lambda^c. \end{aligned} \tag{25}$$

Из-за независимости мод условия *С*-симметрии имеют место для каждой моды в отдельности и поэтому имеем также (при $y^\nu = 0$):

$$\begin{aligned} H_n &= \left(\alpha_n^{\mu *}\alpha_{n\mu} + b_n^\mu b_{n\mu}^* \right) = \left(\beta_n^{\mu *}\beta_{n\mu} + a_n^\mu a_{n\mu}^* \right) = H_n^c, \\ \Lambda_n &= \frac{1}{|n|} \left(\alpha_n^{\mu *}\alpha_{n\mu} - b_n^\mu b_{n\mu}^* \right) = -\frac{1}{|n|} \left(\beta_n^{\mu *}\beta_{n\mu} - a_n^\mu a_{n\mu}^* \right) = -\Lambda_n^c, \end{aligned} \tag{26}$$

или:

$$\begin{aligned} \alpha_n^{\mu *}\alpha_{n\mu} + b_n^\mu b_{n\mu}^* &= \beta_n^{\mu *}\beta_{n\mu} + a_n^\mu a_{n\mu}^*, \\ \alpha_n^{\mu *}\alpha_{n\mu} - b_n^\mu b_{n\mu}^* &= -\beta_n^{\mu *}\beta_{n\mu} + a_n^\mu a_{n\mu}^*. \end{aligned} \tag{27}$$

Для каждой струнной моды, в результате, получаем соотношения:

$$\begin{aligned} \alpha_n^{\mu *}\alpha_{n\mu} &= a_n^\mu a_{n\mu}^*, \\ \beta_n^{\mu *}\beta_{n\mu} &= b_n^\mu b_{n\mu}^*. \end{aligned} \tag{28}$$

Итак, с учётом (28) гамильтониан и спиральность струны (25) приобретают вид:

$$\begin{aligned} H &= \sum_{n\neq 0} \left(\alpha_n^{\mu *}\alpha_{n\mu} + \beta_{n\mu}^* \beta_n^\mu \right) = H^c, \\ \Lambda &= \sum_{n\neq 0} \frac{1}{|n|} \left(\alpha_n^{\mu *}\alpha_{n\mu} - \beta_{n\mu}^* \beta_n^\mu \right) = -\Lambda^c, \end{aligned} \tag{29}$$

где операторы струнных мод входят в нормальном виде и *нет нулевой энергии*.

Отсутствие нулевой энергии приводит к квантовой теории *без конформной аномалии*, поскольку именно наличие нулевой энергии струнных мод и было физической причиной этой аномалии. Отсутствие же аномалии не позволяет фиксировать размерность пространства-времени, что ранее считалось одним из главных достижений струнных теорий. В следующем разделе эти факты будут рассмотрены более детально.

2. Бозонная струна без аномалии в пространстве-времени произвольной размерности

Рассмотрим теперь разложение по модам условий связи $T_{\alpha\beta} = 0$. В случае замкнутой струны связи сводятся к $\partial_\tau Y^* \partial_\tau Y = \partial_\sigma Y^* \partial_\sigma Y = 0$ и ($\tau = 0$):

$$L_m = \frac{T}{2}\int_0^{2\pi} d\sigma\, e^{-im\sigma} T_{00}(0,\sigma) = \frac{T}{4}\int_0^{2\pi} d\sigma\, e^{-im\sigma}\left(\partial_\tau Y^* \partial_\tau Y + \partial_\sigma Y^* \partial_\sigma Y\right), \qquad (30)$$

$$L'_m = \frac{T}{2}\int_0^{2\pi} d\sigma\, e^{-im\sigma} T_{10}(0,\sigma) = \frac{T}{2}\int_0^{2\pi} d\sigma\, e^{-im\sigma}\, \partial_\tau Y^* \partial_\sigma Y. \qquad (31)$$

В квантовой теории подстановка разложения по модам даёт:

$$L_n = \frac{1}{2}\sum_{p=-\infty}^{\infty}\left(\alpha_p^{\mu*}\alpha_{n+p}^{\mu} + b_p^{\mu} b_{n+p}^{\mu*}\right). \qquad (32)$$

Для исключения второго члена опять воспользуемся условиями *C*-симметрии для каждой моды:

$$\begin{aligned} L_{np} &= \frac{1}{2}\left(\alpha_p^{\mu*}\alpha_{n+p}^{\mu} + b_p^{\mu} b_{n+p}^{\mu*}\right) = \frac{1}{2}\left(\beta_p^{\mu*}\beta_{n+p}^{\mu} + a_p^{\mu} a_{n+p}^{\mu*}\right) = L_{np}^{c}, \\ \Lambda_{np} &= \frac{1}{2}\frac{1}{|p|}\left(\alpha_p^{\mu*}\alpha_{n+p}^{\mu} - b_p^{\mu} b_{n+p}^{\mu*}\right) = -\frac{1}{2}\frac{1}{|p|}\left(\beta_p^{\mu*}\beta_{n+p}^{\mu} - a_p^{\mu} a_{n+p}^{\mu*}\right) = -\Lambda_{np}^{c}, \end{aligned} \qquad (33)$$

и получаем:

$$b_p^{\mu} b_{n+p}^{\mu*} = \beta_p^{\mu*}\beta_{n+p}^{\mu}. \qquad (34)$$

Эти соотношения позволяют получить нормально-упорядоченное выражение:

$$L_n = \frac{1}{2}\sum_{p=-\infty}^{\infty}\left(\alpha_p^{\mu*}\alpha_{n+p}^{\mu} + \beta_p^{\mu*}\beta_{n+p}^{\mu}\right). \qquad (35)$$

Для нахождения алгебры операторов далее воспользуемся следующими соотношениями:

$$\left[\alpha_m^{\mu}, \alpha_n^{\nu*}\right] = -|m|\eta^{\mu\nu}\delta_{mn}, \quad \left[\alpha_m^{\mu}, \alpha_n^{\nu}\right] = \left[\alpha_m^{\mu*}, \alpha_n^{\nu*}\right] = 0, \qquad (36)$$

$$\begin{aligned} \left[\alpha_m^{\mu}, L_n\right] &= \sum_{p=-\infty}^{\infty}\left[\alpha_m^{\mu}, \alpha_p^{\nu*}\alpha_{n+p}^{\nu}\right] = \sum_{p=-\infty}^{\infty}\left[\alpha_m^{\mu}, \alpha_p^{\nu*}\right]\alpha_{n+p}^{\nu} = \\ &= -|m|\sum_{p=-\infty}^{\infty}\eta^{\mu\nu}\delta_{mp}\alpha_{n+p}^{\nu} = -|m|\alpha_{m+n}^{\mu}, \end{aligned} \qquad (37)$$

$$\begin{aligned} \left[\alpha_m^{i*}, L_n\right] &= \sum_{p=-\infty}^{\infty}\left[\alpha_m^{i*}, \alpha_p^{j*}\alpha_{n+p}^{j}\right] = \sum_{p=-\infty}^{\infty}\alpha_p^{\nu*}\left[\alpha_m^{\mu*}, \alpha_{n+p}^{\nu}\right] = \\ &= |m|\sum_{p=-\infty}^{\infty}\alpha_p^{\nu*}\eta^{\mu\nu}\delta_{m,n+p} = |m|\alpha_{m-n}^{\mu*}. \end{aligned} \qquad (38)$$

Аналогичные соотношения имеют место и для *C*-сопряжённых операторов. Далее получим:

$$
\begin{aligned}
\left[L_m, L_n\right] &= \sum_{p=-\infty}^{\infty} \left[L_m, \alpha_p^{\mu*} \alpha_{n+p}^{\mu}\right] + \ldots = \\
&= \sum_{p=-\infty}^{\infty} \left[L_m, \alpha_p^{\mu*}\right] \alpha_{n+p}^{\mu} + \sum_{p=-\infty}^{\infty} \alpha_p^{\mu*} \left[L_m, \alpha_{n+p}^{\mu}\right] + \ldots = \\
&= -\sum_{p=-\infty}^{\infty} |p| \alpha_{p-m}^{\mu*} \alpha_{n+p}^{\mu} + \sum_{p=-\infty}^{\infty} |n+p| \alpha_p^{\mu*} \alpha_{m+n+p}^{\mu} + \ldots = \\
&= -\sum_{p=-\infty}^{\infty} |p| \alpha_{p-m}^{\mu*} \alpha_{n+p}^{\mu} + \sum_{p=-\infty}^{\infty} |p+n-m| \alpha_{p-m}^{\mu*} \alpha_{n+p}^{\mu} + \ldots = \\
&= \sum_{p=-\infty}^{\infty} \left(|p+n-m| - |p|\right) \alpha_{p-m}^{\mu*} \alpha_{n+p}^{\mu} + \ldots = \\
&= |n-m| \sum_{p=-\infty}^{\infty} \left(\alpha_p^{\mu*} \alpha_{n+m+p}^{\mu} + \beta_p^{\mu*} \beta_{n+m+p}^{\mu}\right) = |n-m| L_{n+m} .
\end{aligned}
\tag{39}
$$

Итак, искомая алгебра операторов даётся соотношениями:

$$
\left[L_m, L_n\right] = |n-m| L_{n+m} . \tag{40}
$$

Как видим, из-за отсутствия нулевой энергии струнных мод, в этом коммутаторе *нет аномальных членов*.

Заключение

Итак, моды релятивистской бозонной струны не содержат нулевой энергии из-за киральной симметрии. При отсутствии же нулевой энергии мод и автоматической нормальной упорядоченности, алгебра операторов нормальна (нет центрального заряда в алгебре Вирасоро) и аномалия отсутствует. По этой же причине аномалии не будет и при квантовании фермионной струны, где также имеет место киральная симметрия и нет нулевой энергии.

Отсутствие конформной аномалии не даёт оснований фиксировать размерность пространства-времени, куда погружена струна и струнные теории могут квантоваться в пространстве-времени произвольной размерности $D > 2$.

Литература

1. Закир З. *Теор. физ., астрофиз. и космол.* (2007) **2**, 2, с.10; **2**, 3, 24; (2008) **3**, 1, 1.