

## Квантовая теория поля и эксперимент о занулении нулевой энергии вакуума

*Захид Закир*<sup>1</sup>

### Аннотация

При квантовании релятивистских полей гамильтонианы симметричные относительно комплексно-сопряжённых операторов полей ведут к нулевой энергии вакуума. Стандартный же способ введения операторов античастиц нарушает зарядовую симметрию. Для гамильтонианов несимметричных относительно операторов полей и требовании точной зарядовой симметрии вакуум не содержит нулевой энергии и нулевого заряда. Наблюдаемые эффекты в точности описываются либо флуктуациями физического вакуума, соответствующим петлевым диаграммам (Лэмбовский сдвиг), либо флуктуациями полей реальных источников (эффект Казимира). Оба типа вакуумных флуктуаций связаны с гамильтонианами взаимодействия и не имеют отношения к нулевым флуктуациям (внешних) вакуумных полей, ответственным за нулевую энергию в свободном гамильтониане. Поэтому, известные эксперименты с высокой точностью исключают существование нулевых флуктуаций чисто вакуумных полей и нулевую энергию вакуума и допускают для релятивистских полей только не симметризованные относительно полей лагранжианы с сохранением зарядовой симметрии.

*PACS: 03.70.+k; 11.10.-z; 11.30.Er*

*Ключевые слова: вакуумная энергия, вакуумные флуктуации, Лэмбовский сдвиг, эффект Казимира, обращение времени, зарядовое сопряжение*

### Содержание

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Введение</b> .....  | <b>68</b> |
| <b>1 Зарядово-симметричное квантование комплексных полей</b> .....                               | <b>69</b> |
| 1.1 Симметрия порождающая нулевую энергию осциллятора.....                                       | 69        |
| 1.2 Симметризованный гамильтониан скалярного поля с нулевой энергией .....                       | 70        |
| 1.3 Обычное квантование с не симметризованным гамильтонианом: нарушение зарядовой симметрии..... | 71        |
| 1.4 Не симметризованный гамильтониан без нулевой энергии .....                                   | 73        |
| 1.5 Квантование спинорного поля без нулевой энергии .....  | 74        |
| <b>2 Экспериментальные свидетельства отсутствия нулевых флуктуаций полей</b> .....               | <b>77</b> |
| 2.1 Три типа вакуумных флуктуаций .....  | 77        |
| 2.2 Лэмбовский сдвиг и эффект Казимира исключают нулевые флуктуации вакуума .....                | 78        |
| <b>Заключение</b> .....  | <b>79</b> |
| <b>Литература</b> .....  | <b>79</b> |

<sup>1</sup> *Центр теоретической физики и астрофизики, Ташкент, Узбекистан;*  
[zahidzakir@theor-phys.org](mailto:zahidzakir@theor-phys.org)

## Введение

В квантовой теории поля нулевая энергия вакуума занимает особое положение, являясь, возможно, самой противоречивой из её предсказаний. Для иллюстрации приведём стандартную цепочку утверждений по этому поводу [1-3].

Сначала утверждается, что нулевая энергия вакуума неизбежна при разложении полей на квантовые осцилляторы.

Но, оказывается, что она бесконечна и в свободном гамильтониане полей от неё избавляются простым вычёркиванием.

Чтобы попытаться оправдать такую грубую процедуру, формально вводится сдвиг начала отсчёта энергий. Но это оправдание на самом деле не срабатывает, так как не удаётся избавиться от гравитационных эффектов этой слишком большой энергии, в особенности, в космологии.

В качестве другого оправдания вычёркивания утверждается, что эта энергия не имеет наблюдаемых последствий. Но и это оправдание оказывается неверным, так как в форме нулевых флуктуаций полей она должна была бы проявиться во многих эффектах.

В этой связи затем утверждается, что нулевая энергия действительно проявляется в виде Лэмбовского сдвига и эффекта Казимира и, более того, что эти эффекты и есть экспериментальные доказательства существования нулевой энергии вакуума.

В то же время, эти же самые два эффекта в точности описываются совершенно другими, реальными физическими механизмами, основанными на петлевых диаграммах или полях флуктуирующих атомов [1-6].

В этой связи затем утверждается, что описание в терминах нулевых флуктуаций есть всего лишь эвристическое описание тех же самых физических явлений, которыми вполне объясняются эксперименты и без нулевых флуктуаций полей. Но тогда возникает вопрос, а где же сами нулевые флуктуации чистого вакуума как самостоятельное физическое явление?

Эту череду противоречивых утверждений и попыток найти место нулевой энергии в физической картине мира можно ещё продолжить и противоречивость при этом не снимается, а даже усугубляется [3,6].

В предыдущей статье [7] было показано, что на самом деле нулевой энергии вакуума нет, а весь клубок связанных с ней проблем порождён только историческими причинами и излишне прямой аналогией с колебаниями нерелятивистской частицы. Было показано, что введение нулевой энергии вакуума релятивистских полей в теории не обязательно, а эксперимент их фактически исключает.

Однако, в [7] основные результаты не были достаточно ясно выделены. В частности, при наличии двух типов взаимно зарядово-сопряжённых квантов (частиц и античастиц) их состояния относятся к двум разным подпространствам общего фоковского пространства системы. Поэтому их наблюдаемые имеют прямой физический смысл только в своих подпространствах и при

суммировании по всей системе необходима осторожность. Надо учитывать, что симметризованные комбинации канонических переменных в гамильтониане отличаются от несимметризованных на величину их коммутатора в каждом подпространстве.

Нулевая энергия имеется для обоих типов квантов при симметрии гамильтониана относительно канонически-сопряжённых переменных. Эти вклады после приведения к одинаковому знаку частоты суммируются, а зарядовая симметрия при этом нарушается. Если с самого начала гамильтониан выбрать так, чтобы он не содержал нулевую энергию для каждого из типов квантов, то он оказывается не симметризованным по каноническим переменным, но зато соблюдается зарядовая симметрия.

В статье приведено более простое изложение зарядово-симметричного квантования полей без нулевых энергий. При рассмотрении экспериментальных оснований кратко обсуждаются основные недоразумения в литературе при трактовке известных экспериментов.

## 1 Зарядово-симметричное квантование комплексных полей

### 1.1 Симметрия порождающая нулевую энергию осциллятора

Спектр нерелятивистской частицы в потенциале гармонического осциллятора содержит нулевую энергию, что требуется соотношениями неопределённостей и экспериментом. В формализме теории эти физические требования удовлетворены *симметрией гамильтониана относительно замены канонически сопряжённых переменных  $p$  и  $m\omega x$* :

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{2m} \left[ p^2 + (m\omega x)^2 \right] = \\ &= \frac{1}{4m} \left[ (m\omega x - ip)(m\omega x + ip) + (m\omega x + ip)(m\omega x - ip) \right]. \end{aligned} \quad (1)$$

Действительно, канонические преобразования к повышающим и понижающим (лестничным) операторам  $a$ ,  $a^*$  сохраняют эту симметрию и приводят к симметризованному произведению лестничных операторов. Тогда, после нормальной расстановки операторов в симметризованном произведении, в гамильтониане появляется нулевая энергия:

$$H = \frac{1}{2} \omega (a^* a + a a^*) = \omega \left( a^* a + \frac{1}{2} \right). \quad (2)$$

Однако, как хорошо известно, существует также эрмитовое, но не симметризованное произведение канонически сопряжённых операторов, которое эквивалентно (1) на классическом уровне, но приводит к другому квантовому гамильтониану  $H_{(+)}$ :

$$H_{(+)} = \frac{1}{2m} (m\omega x - ip)(m\omega x + ip) = H + \frac{i}{2} \omega [x, p] = H - \frac{1}{2} \omega = \omega a^* a. \quad (3)$$

Как видим, этот гамильтониан не содержит нулевой энергии и поэтому не может быть принят как гамильтониан нерелятивистской частицы в осцилляторном потенциале.

Но, для других осциллирующих систем типа полей, которые также можно представить как наборы абстрактных квантовых осцилляторов, можно взять как

симметризованный гамильтониан  $H$ , если эксперимент показывает, что система имеет нулевую энергию, так и не симметризованный гамильтониан  $H_{(+)}$ , если нулевая энергия не наблюдается. Поэтому, традиционное утверждение о том, что при частотном разложении полей обязательно должна возникнуть нулевая энергия вакуума фактически есть скрытое постулирование существования этой нулевой энергии.

В действительности же теория квантового осциллятора допускает два режима - как с нулевой энергией, так и без неё. Первый режим обязателен только для нерелятивистской частицы, тогда как для квантов релятивистских полей с зарядовой симметрией вопрос о нулевой энергии требует дополнительного исследования. Основная задача первой части статьи – показать, что только определённый класс гамильтонианов квантовых полей содержит нулевую энергию и что есть также другой класс гамильтонианов, когда нулевая энергия не появляется [7]. Поэтому, только после анализа данных экспериментов можно сделать выбор между этими классами гамильтонианов, что и будет обсуждаться во второй части статьи.

## 1.2 Симметризованный гамильтониан скалярного поля с нулевой энергией

В КТП прямая аналогия между спектром осциллирующей нерелятивистской частицы и полевыми модами существует только в случае симметризованных гамильтонианов, которые содержат бесконечную нулевую энергию. К нулевой энергии ведёт, в частности, симметризованный лагранжиан для заряженного скалярного поля:

$$L_s = \frac{1}{2} \left[ (\partial_\mu \varphi^*) (\partial^\mu \varphi) + (\partial_\mu \varphi) (\partial^\mu \varphi^*) - m^2 (\varphi^* \varphi + \varphi \varphi^*) \right]. \quad (4)$$

Разлагая решения соответствующих уравнений поля по плоским волнам, необходимо разделять состояния с положительной и отрицательной частотами  $k_0 = \pm \omega$ , где  $\omega \equiv \omega_{\mathbf{k}} = (\mathbf{k}^2 + m^2)^{1/2}$ :

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= \sum_{\mathbf{k}} \left[ \tilde{a}(\omega, \mathbf{k}) e^{-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{x}} + \tilde{a}(-\omega, -\mathbf{k}) e^{i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{x}} \right], \quad \sum_{\mathbf{k}} \equiv \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2\omega}, \\ \varphi^*(x) &= \sum_{\mathbf{k}} \left[ \tilde{a}^*(\omega, \mathbf{k}) e^{i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{x}} + \tilde{a}^*(-\omega, -\mathbf{k}) e^{-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{x}} \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

При квантовании на операторы поля  $\varphi(x)$ ,  $\varphi^*(x)$  и соответствующие им импульсы поля  $\partial_t \varphi^*(x)$ ,  $\partial_t \varphi(x)$  налагаются одновременные коммутационные соотношения. Тогда отличные от нуля коммутаторы для операторов рождения-уничтожения квантов поля одинаковой частотности имеют вид:

$$\begin{aligned} [\tilde{a}(k), \tilde{a}^*(k')] &= 2\omega (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{k} - \mathbf{k}'), \\ [\tilde{a}(-k), \tilde{a}^*(-k')] &= -2\omega (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{k} - \mathbf{k}'), \end{aligned} \quad (6)$$

Операторы с противоположной частотностью должны коммутировать, чтобы эти две полевые моды не интерферировали [7].

В результате, лагранжиан (4) ведёт к симметризованному гамильтониану, который в импульсном представлении имеет вид:

$$H_s = \frac{1}{2} \sum_k \omega \left[ a^*(k)a(k) + a(k)a^*(k) + a^*(-k)a(-k) + a(-k)a^*(-k) \right]. \quad (7)$$

Общепринятым *постулатом* квантовой теории поля является рецепт замены операторов отрицательно-частотных частиц  $a(-k)$ ,  $a^*(-k)$  на операторы рождения-уничтожения  $b(k)$ ,  $b^*(k)$  для положительно-частотных античастиц в виде:

$$a(-k) = b^*(k), \quad a^*(-k) = b(k). \quad (8)$$

После такой замены в гамильтониане появляется нулевая энергия  $H_{(0)}$ :

$$H_s = \frac{1}{2} \sum_k \omega \left[ a^*a + aa^* + bb^* + b^*b \right] = \sum_k \omega (a^*a + b^*b) + H_{(0)}. \quad (9)$$

Итак, здесь нулевая энергия появилась в каждом из подпространств – как для частиц, так и для античастиц. Причина та же, что и в случае осцилляций нерелятивистской частицы – переход от симметризованных произведений операторов рождения-уничтожения к нормальному расположению операторов в их произведениях в обоих подпространствах.

Проблема отрицательной нормы состояний решается естественным образом так, как в случае гармонического осциллятора (детали см. в [7]).

### 1.3 Обычное квантование с не симметризованным гамильтонианом: нарушение зарядовой симметрии

В КТП обычно используются также стандартные лагранжианы, *не симметризованные* относительно прямой замены полей  $\varphi^*$ ,  $\varphi$ :

$$L = \left( \partial_\mu \varphi^* \right) \left( \partial^\mu \varphi \right) - m^2 \varphi^* \varphi. \quad (10)$$

Этот лагранжиан интуитивно считался эквивалентным лагранжиану (4), но это не так если оперируем с собственными значениями наблюдаемых частиц и античастиц только в их собственных подпространствах, а при установлении связи между ними исходим из требований зарядовой симметрии. Соответствующие гамильтониан и оператор заряда имеют вид:

$$\begin{aligned} H &= \int d^3x \left[ \left( \partial_t \varphi^* \right) \left( \partial_t \varphi \right) + \left( \nabla \varphi^* \right) \left( \nabla \varphi \right) + m^2 \varphi^* \varphi \right], \\ Q &= i \int d^3x \left[ \varphi^* \left( \partial_t \varphi \right) - \left( \partial_t \varphi^* \right) \varphi \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

После подстановки импульсного разложения полей  $H$  и  $Q$  выражаются через не симметризованные произведения операторов рождения-уничтожения:

$$\begin{aligned} H &= \sum_k \omega \left[ a^*(k)a(k) + a^*(-k)a(-k) \right], \\ Q &= \sum_k \left[ a^*(k)a(k) - a^*(-k)a(-k) \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Обычно и здесь вводилась нулевая энергия  $H_{(0)}$  и нулевой заряд вакуума  $-Q_{(0)}$  как результаты *постулата* о замене операторов для отрицательно-частотных частиц на операторы для положительно-частотных античастиц (8) и последующего их нормального расположения:

$$H = \sum_k \omega [a^*(k)a(k) + b(k)b^*(k)] = \sum_k \omega [a^*(k)a(k) + b^*(k)b(k)] + H_{(0)} \quad (13)$$

$$Q = \sum_k [a^*(k)a(k) - b(k)b^*(k)] = \sum_k \omega [a^*(k)a(k) - b^*(k)b(k)] - Q_{(0)} \quad (14)$$

В отличие от симметризованного случая, здесь нулевая энергия и нулевой заряд связываются с существованием отрицательно-частотных мод поля, или же античастиц, независимо от симметрий лагранжиана.

Однако нетрудно убедиться, что такое постулирование прямой замены операторов согласно (8) в выражениях для  $H$  и  $Q$  ведёт к нарушению зарядовой симметрии теории. Действительно, поскольку операторы античастиц в нашем случае являются зарядово-сопряжёнными к операторам частиц (с точностью до несущественных фазовых множителей):

$$Ca(k)C^{-1} = b(k), \quad Ca^*(k)C^{-1} = b^*(k), \quad (15)$$

то после зарядового сопряжения гамильтониана  $H$  и заряда  $Q$  получаем не их прежние выражения в первых строках формул (13) и (14), а новые операторы  $H_C$  и  $Q_C$ , выраженные через операторы зарядово-сопряжённых частиц:

$$\begin{aligned} H_C &\equiv CHC^{-1} = \sum_k \omega [b^*(k)b(k) + a(k)a^*(k)], \\ Q_C &\equiv CQC^{-1} = \sum_k [b^*(k)b(k) - a(k)a^*(k)]. \end{aligned} \quad (16)$$

Далее учтём, что гамильтониан зарядово-симметричных полей не меняется при этом преобразовании, а заряд, очевидно, меняет знак:

$$H = H_C, \quad Q = -Q_C. \quad (17)$$

Эти условия дают нам следующие соотношения между произведениями операторов:

$$\begin{aligned} a^*(k)a(k) + b(k)b^*(k) &= b^*(k)b(k) + a(k)a^*(k), \\ a^*(k)a(k) - b(k)b^*(k) &= -b^*(k)b(k) + a(k)a^*(k). \end{aligned} \quad (18)$$

Складывая и вычитая эти два равенства, мы приходим к абсурдным соотношениям:

$$\begin{aligned} a^*(k)a(k) &= a(k)a^*(k), \\ b(k)b^*(k) &= b^*(k)b(k). \end{aligned} \quad (19)$$

Таким образом, условия зарядовой симметрии соблюдались бы, если бы операторы рождения-уничтожения коммутировали, что невозможно. Это означает, что обычная идентификация операторов (8) ведёт к противоречию с зарядовой инвариантностью теории и, следовательно, недопустима.

Нарушение зарядовой симметрии при наличии бесконечного нулевого заряда вакуума неудивительно. Поэтому, одним из способов восстановления зарядовой симметрии является использование с самого начала симметризованного лагранжиана (4), где нет нулевого заряда вакуума. Но зато здесь появляется расходящаяся нулевая энергия вакуума.

Другой, общепринятый, способ состоит в простом *вычёркивании* нулевой энергии в гамильтониане (13) и нулевого заряда в (14) путём введения нового постулата о нормальном упорядочении. Однако процедура

нормального упорядочения не решает проблему нарушения зарядовой симметрии в исходных выражениях для гамильтониана и заряда, а только представляет собой договорённость о том, чтобы игнорировать наличие этого внутреннего противоречия в теории.

В следующем разделе будет показано, что эти проблемы исчезают в случае *не* симметризованных лагранжианов при устранении отрицательно-частотных операторов путём строго соблюдения условий зарядовой симметрии и что при этом нулевая энергия не возникнет.

#### 1.4 Не симметризованный гамильтониан без нулевой энергии

Операция зарядового сопряжения (15), а также:

$$Ca(-k)C^{-1} = b(-k), \quad Ca^*(-k)C^{-1} = b^*(-k), \quad (20)$$

*не меняют знака энергии и связывают произведения операторов только одинаковой частотности.* Поэтому, произведя в (12) зарядовое сопряжение  $H$  и  $Q$ , получаем новые операторы  $H_C$  и  $Q_C$ , выраженные через операторы зарядово-сопряжённых частиц обоих знаков энергии:

$$\begin{aligned} H_C &\equiv CHC^{-1} = \sum_k \omega [b^*(k)b(k) + b^*(-k)b(-k)], \\ Q_C &\equiv CQC^{-1} = \sum_k [b^*(k)b(k) - b^*(-k)b(-k)]. \end{aligned} \quad (21)$$

Далее, условия зарядовой симметрии гамильтониана и антисимметрии оператора заряда (17) дают нам следующие соотношения между операторными произведениями:

$$\begin{aligned} a^*(k)a(k) + a^*(-k)a(-k) &= b^*(k)b(k) + b^*(-k)b(-k), \\ a^*(k)a(k) - a^*(-k)a(-k) &= -b^*(k)b(k) + b^*(-k)b(-k). \end{aligned} \quad (22)$$

Складывая и вычитая эти два равенства, находим необходимые нам *тождества* между произведениями бозонных операторов:

$$a^*(k)a(k) = b^*(-k)b(-k), \quad (23)$$

$$a^*(-k)a(-k) = b^*(k)b(k). \quad (24)$$

Пользуясь этими тождествами, находим окончательные выражения для гамильтониана и заряда скалярного поля, содержащие вклады только *положительно-частотных* частиц и античастиц:

$$\begin{aligned} H &= \sum_k \omega [a^*(k)a(k) + b^*(k)b(k)], \\ Q &= \sum_k [a^*(k)a(k) - b^*(k)b(k)]. \end{aligned} \quad (25)$$

Аналогичная процедура исключения отрицательно-частотных операторов в случае симметризованного гамильтониана (7) приводит также к симметризованному произведению положительно-частотных операторов (9), где затем появится нулевая энергия, хотя нулевые заряды частиц и античастиц взаимно сокращаются.

Итак, благодаря корректному учёту требований зарядовой симметрии, в теории со стандартным (не симметризованным) лагранжианом *операторы*

античастиц появились в нормально-упорядоченном виде без дополнительных гипотез, а нулевая энергия и нулевой заряд вакуума не возникли.

Отметим, что ранее в стандартной КТП тот же результат достигался путём постулирования двух компенсирующие друг-друга незаконных операций:

а) сначала постулировалась процедура *прямой замены* (8), что ведёт к бесконечной нулевой энергии, а в случае не симметризованных лагранжианов ведёт также и к нулевому заряду, нарушающему зарядовую симметрию теории;

б) затем постулировалась процедура *нормального упорядочения* операторных произведений в наблюдаемых, включающая операцию *вычёркивания* бесконечных нулевой энергии и нулевого заряда вакуума.

В действительности же, в КТП переход от *произведений* операторов отрицательно-частотных частиц к произведениям операторов положительно-частотных античастиц не сводится к линейным заменам (8) из-за *нелинейности* операции *обращения времени* [7]. Но, как показано выше, в случае свободных полей условия зарядовой симметрии (17) оказались достаточными для корректного исключения произведений отрицательно-частотных операторов *без всяких новых постулатов*. В случае же псевдоскалярных полей, естественно, необходимо использовать аналогичные (17) условия *CP*-симметрии.

### 1.5 Квантование спинорного поля без нулевой энергии

Рассмотрим не симметризованные (относительно расположения полевых операторов) выражения для энергии и заряда спинорного поля:

$$H = \int d^3x \left[ \frac{1}{2} \psi^\dagger i \partial_t \psi - \frac{1}{2} (i \partial_t \psi^\dagger) \psi + m \bar{\psi} \psi \right], \quad (26)$$

$$Q = \int d^3x \psi^\dagger \psi.$$

Импульсное разложение полей имеет вид:

$$\psi(x) = 2m \sum_{\mathbf{k}, \alpha} \left[ b_\alpha(k) u_\alpha e^{-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{x}} + b_\alpha(-k) v_\alpha e^{i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{x}} \right], \quad (27)$$

$$\psi^\dagger(x) = 2m \sum_{\mathbf{k}, \alpha} \left[ b_\alpha^+(k) u_\alpha^+ e^{i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{x}} + b_\alpha^+(-k) v_\alpha^+ e^{-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{x}} \right].$$

При квантовании операторы рождения-уничтожения удовлетворяют антикоммутиционным соотношениям, из которых ненулевыми являются:

$$\{b_\alpha(\pm k), b_{\alpha'}^+(\pm k')\} = \frac{\omega}{m} (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \delta_{\alpha\alpha'}, \quad (28)$$

и, в частности, операторы разной частотности антикоммутируют [7].

После подстановки импульсного разложения  $H$  и  $Q$  приобретают вид:

$$H = 2m \sum_{\mathbf{k}, \alpha} \omega \left[ b_\alpha^+(k) b_\alpha(k) - b_\alpha^+(-k) b_\alpha(-k) \right], \quad (29)$$

$$Q = 2m \sum_{\mathbf{k}, \alpha} \left[ b_\alpha^+(k) b_\alpha(k) + b_\alpha^+(-k) b_\alpha(-k) \right].$$

Если ввести обычно принятый *постулат* о прямой замене отрицательно-частотных операторов в (27) как  $b_\alpha(-k) = d_\alpha^+(k)$ , и  $b_\alpha^+(-k) = d_\alpha(k)$ , то



нетрудно показать, что, как и в случае скалярного поля, гамильтониан (29) ведёт к бесконечной нулевой энергии и нулевому заряду вакуума, а также к нарушению зарядовой симметрии. Затем придётся *постулировать* операцию нормального упорядочения с вычёркиванием расходящихся нулевой энергии и нулевого заряда вакуума. Поэтому, как было продемонстрировано в случае скалярного поля, нам не обязательно вводить два компенсирующих недостатка друг друга незаконных *постулатов* в виде прямых замен операторов и нормальных упорядочений, а просто воспользуемся условиями зарядовой симметрии теории.

В терминах соответствующих зарядово-сопряжённых операторов:

$$\begin{aligned} d_\alpha(k) &= C b_\alpha(k) C^{-1}, & d_\alpha(-k) &= C b_\alpha(-k) C^{-1}, \\ d_\alpha^+(k) &= C b_\alpha^+(k) C^{-1}, & d_\alpha^+(-k) &= C b_\alpha^+(-k) C^{-1}, \end{aligned} \quad (30)$$

зарядово-сопряжённые гамильтониан  $H_C$  и заряд  $Q_C$  записываются в виде:

$$\begin{aligned} H_C &= 2m \sum_{\mathbf{k}, \alpha} \omega \left[ d_\alpha^+(\mathbf{k}) d_\alpha(\mathbf{k}) - d_\alpha^+(-\mathbf{k}) d_\alpha(-\mathbf{k}) \right], \\ Q_C &= 2m \sum_{\mathbf{k}, \alpha} \left[ d_\alpha^+(\mathbf{k}) d_\alpha(\mathbf{k}) + d_\alpha^+(-\mathbf{k}) d_\alpha(-\mathbf{k}) \right]. \end{aligned} \quad (31)$$

Из них, используя свойства зарядовой симметрии гамильтониана и антисимметрии заряда, получаем следующие соотношения между операторными произведениями:

$$\begin{aligned} b_\alpha^+(k) b_\alpha(k) - b_\alpha^+(-k) b_\alpha(-k) &= d_\alpha^+(k) d_\alpha(k) - d_\alpha^+(-k) d_\alpha(-k), \\ b_\alpha^+(k) b_\alpha(k) + b_\alpha^+(-k) b_\alpha(-k) &= -d_\alpha^+(k) d_\alpha(k) - d_\alpha^+(-k) d_\alpha(-k). \end{aligned} \quad (32)$$

Складывая и вычитая эти два равенства, находим искомые операторные тождества:

$$\begin{aligned} b_\alpha^+(k) b_\alpha(k) &= -d_\alpha^+(-k) d_\alpha(-k), \\ b_\alpha^+(-k) b_\alpha(-k) &= -d_\alpha^+(k) d_\alpha(k). \end{aligned} \quad (33)$$

В результате, гамильтониан и оператор заряда фермионов выражаются в терминах положительно-частотных операторов в виде:

$$\begin{aligned} H &= 2m \sum_{\mathbf{k}} \omega \left[ b_\alpha^+(\mathbf{k}) b_\alpha(\mathbf{k}) + d_\alpha^+(\mathbf{k}) d_\alpha(\mathbf{k}) \right], \\ Q &= 2m \sum_{\mathbf{k}} \left[ b_\alpha^+(\mathbf{k}) b_\alpha(\mathbf{k}) - d_\alpha^+(\mathbf{k}) d_\alpha(\mathbf{k}) \right]. \end{aligned} \quad (34)$$

В общем случае, включающем и киральные поля, необходимо использовать, конечно, симметрию относительно комбинированной  $CP$ -симметрии. Рассмотрим не симметризованные относительно расположения полевых операторов выражения для энергии и заряда киральных спинорных полей:

$$\begin{aligned} H &= \int d^3x \left[ \frac{1}{2} \psi_L^+ i \partial_t \psi_L - \frac{1}{2} (i \partial_t \psi_L^+) \psi_L + \frac{1}{2} \psi_R^+ i \partial_t \psi_R - \frac{1}{2} (i \partial_t \psi_R^+) \psi_R + \right. \\ &\quad \left. + m (\bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L) \right], \\ Q &= \int d^3x \left[ \psi_R^+ \psi_R + \psi_L^+ \psi_L \right], \quad \psi_{R,L} = \frac{1}{2} (1 \pm \gamma_5) \psi. \end{aligned} \quad (35)$$

Используя свойства  $CP$ -симметрии гамильтониана и  $CP$ -антисимметрии заряда:

$$\begin{aligned} H_{CP} &\equiv CP[H]P^{-1}C^{-1} = H, \\ Q_{CP} &\equiv CP[Q]P^{-1}C^{-1} = -Q. \end{aligned} \quad (36)$$

получаем соотношения (33) между операторными произведениями для каждого из двух киральных полей. В результате, гамильтониан и оператор заряда фермионов выражаются в терминах положительно-частотных операторов в виде ( $h=L,R$ ):

$$\begin{aligned} H &= 2m \sum_{\mathbf{k},h} \omega \left[ b_{\alpha h}^+(k) b_{\alpha h}(k) + d_{\alpha h}^+(k) d_{\alpha h}(k) \right], \\ Q &= 2m \sum_{\mathbf{k},h} \left[ b_{\alpha h}^+(k) b_{\alpha h}(k) - d_{\alpha h}^+(k) d_{\alpha h}(k) \right]. \end{aligned} \quad (37)$$

Таким образом, при  $C$ - или  $CP$ -симметричном квантовании спинорных полей с не симметризованными лагранжианами, нулевая энергия и нулевой заряд не возникают, а операторы для наблюдаемых и здесь оказываются нормально-упорядоченными вследствие  $C$ - (или  $CP$ -) симметрии.

В прежних трактовках вакуумное среднее от фермионного тока не занулялось [1,2]:

$$\langle 0 | j^\mu(x) | 0 \rangle = \langle 0 | \bar{\psi}(x) \gamma^\mu \psi(x) | 0 \rangle \neq 0, \quad (38)$$

и приходилось переопределять ток, производя (анти)симметризацию полевых операторов  $[\bar{\psi}, \gamma^\mu \psi]$ , эквивалентной нормальному упорядочению:  $\bar{\psi} \gamma^\mu \psi : .$  Но тогда, и свободный лагранжиан тоже должен был быть (анти) симметризован, что чревато появлением расходящейся нулевой энергии вакуума даже после точного учёта условий зарядовой симметрии.

Рассмотрим теперь вакуумное среднее тока в новой трактовке без симметризации, в которой нет нулевой энергии. Подставляя импульсные разложения полей в выражение для тока, получаем:

$$\begin{aligned} j^\mu(x) &= (2m)^2 \sum_{k,k'} \left[ b_\alpha^+(k) b_\alpha(k') \bar{u} \gamma^\mu u' e^{i(k-k')x} + b_\alpha^+(-k) b_\alpha(-k') \bar{v} \gamma^\mu v' e^{-i(k-k')x} + \right. \\ &\quad \left. + b_\alpha^+(k) b_\alpha(-k') \bar{u} \gamma^\mu v' e^{i(k+k')x} + b_\alpha^+(-k) b_\alpha(k') \bar{v} \gamma^\mu u' e^{-i(k+k')x} \right]. \end{aligned} \quad (39)$$

Вакуумные средние от первого, третьего и четвертого членов исчезают автоматически из-за действия на вакуум (слева или справа) положительно-частотных операторов. Остающийся матричный элемент от второго члена с только отрицательно-частотными операторами также исчезает благодаря второму из операторных тождеств (33):

$$\begin{aligned} \langle 0 | b_\alpha^+(-k) b_\alpha(-k') | 0 \rangle &\rightarrow \langle 0 | b_\alpha^+(-k) b_\alpha(-k) | 0 \rangle \delta^3(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = \\ &= -\langle 0 | d_\alpha^+(k) d_\alpha(k) | 0 \rangle \delta^3(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = 0. \end{aligned} \quad (40)$$

Здесь учтено, что операторы с разными импульсами антикоммутируют.

Итак, получаем:

$$\langle 0 | j^\mu(x) | 0 \rangle = \langle 0 | \bar{\psi}(x) \gamma^\mu \psi(x) | 0 \rangle = 0, \quad (41)$$

т.е. в теории с не симметризованным гамильтонианом вакуумное среднее тока равно нулю и нет необходимости в дополнительной симметризации или постулировании нормального упорядочения.

## 2 Экспериментальные свидетельства отсутствия нулевых флуктуаций полей

### 2.1 Три типа вакуумных флуктуаций

Если, как это стало общепринятой парадигмой [3-4], признать реальное существование нулевых флуктуаций полей, тогда возникает ряд противоречий этой гипотезы с экспериментом. Выясняется, что такие эффекты как Лэмбовский сдвиг, аномальные магнитные моменты и эффект Казимира действительно *можно полностью объяснить как проявления нулевых флуктуаций вакуумных полей*. В то же время эти эффекты *с высокой точностью описываются как результат взаимодействия частиц или с виртуальными квантами полей, или с полями реальных источников без всякого учёта вклада нулевых флуктуаций вакуумных полей*.

Мирное сосуществование двух объяснений одного и того же явления совершенно разными причинами, причём, не только на страницах одних и тех же книг, но и в сознании большинства специалистов, удивительно само по себе и заслуживает более детального обсуждения. Здесь необходимо различать, когда приводимые в литературе два вида объяснений эффектов являются *альтернативными способами расчёта одного и того же явления*, а когда являются *двумя независимыми механизмами, вклады которых в наблюдаемые эффекты аддитивны и должны складываться*.

Первое, с чем мы сталкиваемся при попытке понять, когда что имеется в виду, это то, что понятие *вакуумные флуктуации* в литературе используется в *различных смыслах*. При этом сначала имеется в виду один смысл, а полученные результаты затем приписываются другому смыслу этого понятия. Более того, наблюдение проявлений одного типа вакуумных флуктуаций трактовались как «доказательство» существования совершенно не связанного с ним другого типа флуктуаций. Поэтому необходимо сначала уточнить о каких типах вакуумных флуктуаций идёт речь.

*Первый смысл* понятию «вакуумные флуктуации» придаётся, как правило, в связи с существованием процессов рождения и уничтожения виртуальных квантов поля, описываемых петлевыми диаграммами. Этот тип флуктуаций есть *флуктуации физического вакуума* квантованного поля, когда кванты поля рождаются в одной вершине взаимодействия и уничтожаются в другой вершине. В вершины диаграмм входят конкретные *гамильтонианы взаимодействия*  $H_I$  и такие петлевые флуктуации не имеют никакого отношения к нулевой энергии в свободном гамильтониане  $H_0$ .

*Второй смысл* понятия «вакуумные флуктуации» относится к флуктуирующим внешним полям реальных осциллирующих источников, в частности, атомов в твёрдых телах. Этот вид флуктуаций есть *флуктуации полей источников*. Поскольку они сохраняются и при *нулевой температуре* твёрдого тела, то их также иногда называют *нулевыми флуктуациями*. Колеблющиеся атомы в кристаллах могут быть представлены как наборы гармонических осцилляторов (в том числе и с нулевыми энергиями), а

электромагнитные поля большого количества таких атомов, перекрываясь, образуют эффективное флуктуирующее поле кристалла, приводящее к наблюдаемым эффектам. Это флуктуирующее электромагнитное поле твёрдого тела опять таки не имеет никакого отношения к нулевым флуктуациям вакуума электромагнитного поля, не связанной с какими-либо источниками.

И, наконец, *третий смысл* понятию «вакуумные флуктуации» придается в связи с этими самыми *нулевыми флуктуациями вакуумных полей*, порождающими нулевую энергию вакуума в *свободном* гамильтониане поля  $H_0$ . При этом предполагается, что если есть энергия колебаний поля, значит, есть и соответствующие флуктуирующие чисто вакуумные поля, когда ещё нет ни одного кванта поля. Поскольку эти флуктуирующие поля не связаны с рождением или уничтожением квантов, то они представляют собой некие *внешние поля*, не связанные с какими-либо источниками, хотя и имеют чисто квантовое происхождение. Для электромагнитного поля такие флуктуирующие (внешние) вакуумные поля  $\mathbf{E}_{(0)}$ ,  $\mathbf{H}_{(0)}$  вводятся в свободном гамильтониане  $H_0$  как [1-3]:

$$H_0 = \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \omega a_{\lambda}^* a_{\lambda} + H_{(0)} \quad (42)$$

$$H_{(0)} = 2V \int d^3k \frac{1}{2} \omega_k = \int_V d^3x \frac{1}{2} (\mathbf{E}_{(0)}^2 + \mathbf{H}_{(0)}^2),$$

где  $V$  - нормировочный объём. Подчеркнём ещё раз, что эти флуктуации не имеют никакого отношения ни к квантам полей, ни к источникам, как к реальным, так и к виртуальным, и представляют собой новую физическую гипотезу в *дополнение* ко всему тому, что связано с квантами или с источниками полей.

Существование первых двух видов флуктуаций физического вакуума бесспорно и их вклады в наблюдаемые эффекты должны учитываться в обязательном порядке. Проблема, таким образом, состоит в том, *достаточно ли* этих вкладов для описания наблюдаемых эффектов, и *наблюдаются ли* дополнительные вклады флуктуаций третьего типа – истинно нулевых флуктуаций чисто вакуумных полей.

## 2.2 Лэмбовский сдвиг и эффект Казимира исключают нулевые флуктуации вакуума

В литературе, как правило, рассматривается либо точный, либо приближённый способы учёта флуктуаций физического вакуума связанные с рождением-уничтожением квантов поля (Лэмбовский сдвиг и другие эффекты петлевых вкладов), либо эффекты полей реальных источников (эффект Казимира). При этом в качестве *аппроксимаций точных вкладов* часто берутся и эффективные флуктуирующие поля, главные вклады которых, при определённых идеализациях, имеют достаточно простой вид. При этом результаты точных расчётов реальных вкладов прекрасно согласуются с экспериментом, а результаты приближённых расчётов также достаточно близки к наблюдаемым значениям.

Однако исторически сложилось так, что результаты *приближённых расчётов* первых двух типов флуктуаций полей (флуктуаций физического

вакуума и полей источников) принято приписывать третьему типу флуктуаций – нулевым флуктуациям чисто вакуумных полей. При этом, недоразумение усугубляется тем обстоятельством, что аппроксимации точных вкладов, являясь упрощённым описанием того же самого явления, практически совпадают с вкладами совершенно другого физического явления - нулевых флуктуаций вакуумных полей.

В результате, делается два ничем не обоснованных вывода: во-первых, что описание эффектов в терминах флуктуаций физического вакуума (первые два типа флуктуаций) или же в терминах нулевых флуктуаций вакуумных полей (третий тип флуктуаций) трактуются как равноправные способы описания одного и того же явления, и во-вторых, что наблюдения этих эффектов подтверждают существование именно нулевых флуктуаций вакуума.

Наиболее известными примерами являются два экспериментально наблюдаемых эффекта - Лэмбовский сдвиг и эффект Казимира, которые обычно трактуются в такой двойственной форме и именно на них принято ссылаться как на свидетельства реальности нулевых флуктуаций вакуумных полей. В действительности же эти эффекты в точности описываются вкладами первого или второго типа флуктуаций [4-6], а на долю третьего типа, гипотетических нулевых флуктуаций вакуума, не остаётся ничего.

Другими словами, если в каждом эффекте попытаться выделить чистый вклад нулевых флуктуаций вакуумных полей, который нельзя было бы объяснить как аппроксимацию вкладов виртуальных квантов полей или полей реальных источников, то в каждом случае оказывается, что существование такого отдельного вклада фактически отвергнуто экспериментами [6].

### Заключение

Таким образом, только гамильтонианы релятивистских полей с симметризованными лагранжианами содержат расходящуюся нулевую энергию, тогда как вакуум полей с не симметризованными гамильтонианами не содержит нулевой энергии и нулевого заряда благодаря условиям зарядовой симметрии.

Наблюдаемые эффекты соответствуют либо флуктуациям физического вакуума, описываемым петлевыми диаграммами (Лэмбовский сдвиг), либо флуктуациям полей реальных источников (эффект Казимира) и не имеют никакого отношения к нулевым флуктуациям вакуумных полей, представляющими собой совершенно другое физическое явление. Поэтому, эксперименты с высокой точностью исключают существование нулевой энергии вакуума релятивистских полей и тем самым позволяют использовать только не симметризованные лагранжианы, не приводящие к нулевой энергии вакуума квантовых полей.

### Литература

1. Бьёркен Дж.Д., Дрелл С.Д. (1978) Релят. квант. теория, т.1, М.
2. Ициксон К., Зюбер Ж.-Б. (1984) Квант. теор. поля, т.1, М.
3. Milonni P.W. (1994) Quantum Vacuum. Acad. Press.
4. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. (1978) Стат. физ., ч.2 (том 9).
5. Бараш Ю.С., Гинзбург В.Л. (1984) УФН, **143**, 3, с. 345.
6. Jaffe R.L. (2005) *Phys. Rev.* **D72**, 021301; [arXiv:hep-th/0503158](https://arxiv.org/abs/hep-th/0503158).
7. Закир З. (2006) Теор.физ.,астрофиз.и космол. **1**, 1, 12; doi:[10.9751/TFAK.2091-002](https://doi.org/10.9751/TFAK.2091-002)